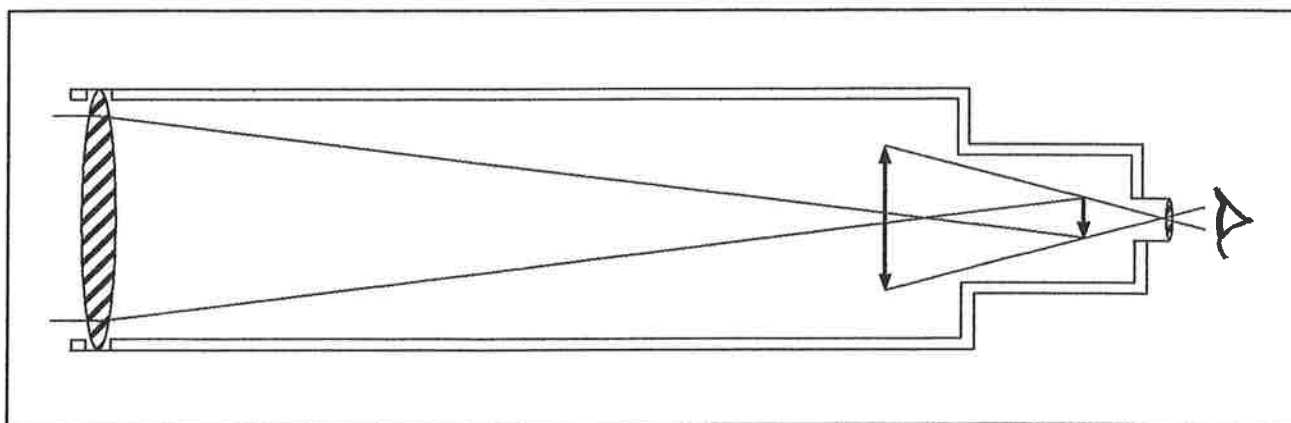


PRUEBAS DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO

F I S I C A



UNIVERSIDADES PUBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

(1994 - 2016)

Tema 1. Elementos de Física Cuántica.

- 1.1 Insuficiencia de la Física Clásica.
- 1.2 Hipótesis de Planck.
- 1.3 Efecto fotoeléctrico: Teoría de Einstein.
- 1.4 Cuantización de la energía de los átomos.
- 1.5 Mecánica cuántica. Hipótesis de De Broglie: Dualidad partícula-onda.

Tema 2. Física nuclear.

- 2.1 Composición del núcleo de los átomos: Isótopos.
- 2.2 Estabilidad de los núcleos: Energía de enlace.
- 2.3 Radiactividad.
- 2.4 Magnitudes características de la desintegración radiactiva.

Tema 3. Fuerzas centrales.

- 3.1 Momento de torsión de una fuerza respecto de un punto.
- 3.2 Momento angular de una partícula.
- 3.3 Relación entre el momento de torsión y el momento angular.
- 3.4 Segunda ley de Kepler.

Tema 4. Teoría de la gravitación universal.

- 4.1 Leyes de Kepler.
- 4.2 Fuerzas conservativas y energía mecánica.
- 4.3 Energía potencial gravitatoria.

Tema 5. Campo gravitatorio terrestre.

- 5.1 Magnitudes físicas que lo caracterizan: Intensidad del campo y del potencial gravitatorio.
- 5.2 Periodo de revolución y velocidad orbital.
- 5.3 Velocidad de escape.
- 5.4 Energía de enlace.

Tema 6. El campo eléctrico.

- 6.1 Interacción electrostática: Ley de Coulomb.
- 6.2 Intensidad del campo eléctrico.
- 6.3 Líneas del campo eléctrico.
- 6.4 Potencial eléctrico.

Tema 7. El campo magnético.

- 7.1 Creación de campos magnéticos por cargas en movimiento.
- 7.2 Fuerzas sobre cargas móviles situadas en campos magnéticos: Ley de Lorentz.
- 7.3 Fuerza magnética sobre corrientes eléctricas.
- 7.4 Fuerzas entre corrientes paralelas: Definición de amperio.

Tema 8. Inducción electromagnética.

- 8.1 Experiencias de Faraday y de Henry.
- 8.2 Interpretación de las experiencias de Faraday y de Henry.
- 8.3 Leyes de Faraday y de Lenz.
- 8.4 Producción de corrientes alternas mediante variaciones de flujo magnético.
- 8.5 Inducción mutua: transformadores.

Tema 9. Las ondas electromagnéticas.

- 9.1 Espectro electromagnético.

Tema 10. Movimiento armónico simple.

- 10.1 Ecuación del movimiento armónico simple (mas).
- 10.2 Velocidad y aceleración del mas.
- 10.3 Dinámica del mas.
- 10.4 Energía de un oscilador mecánico.

Tema 11. Movimiento ondulatorio.

- 11.1 Tipos de ondas.
- 11.2 Magnitudes características de las ondas.
- 11.3 Ecuación de las ondas armónicas unidimensionales.
- 11.4 La ecuación de una onda armónica es doblemente periódica.
- 11.5 Trasmisión de la energía a través de un medio.

Tema 12. La propagación de la luz.

- 12.1 Propagación rectilínea de la luz.
- 12.2 Velocidad de la luz en el vacío.
- 12.3 Índice de refracción.
- 12.4 Reflexión de la luz.
- 12.5 Refracción de la luz.
- 12.6 Lámina de caras planas y paralelas.
- 12.7 Prisma óptico.
- 12.8 Dispersión de la luz.

Tema 13. Optica geométrica.

- 13.1 Conceptos previos y convenio de signos.
- 13.2 Espejos esféricos.
- 13.3 Lentes delgadas.
- 13.4 Instrumentos ópticos: La lupa, el microscopio y el telescopio.

Tema 14. El sonido.

- 14.1 Naturaleza del sonido.
- 14.2 Cualidades del sonido.

Tema 1. Elementos de Física Cuántica

CUESTIONES

1. El fenómeno de difracción es característico de las ondas. ¿Cómo se explica que los electrones puedan difractarse? ¿Qué hipótesis da explicación a este hecho? *(Junio 1995)*
2. (a) Para un metal la frecuencia umbral es de $4,5 \times 10^{14}$ Hz, ¿cuál es la energía mínima para arrancarle un electrón? (b) Si el metal se ilumina con una luz de 5×10^{-7} m de longitud de onda, ¿cuál es la energía de los electrones emitidos y su velocidad?
DATOS: $m_e = 9,109 \times 10^{-31}$ kg; $h = 6,626 \times 10^{-34}$ Js; $c = 3 \times 10^8$ m/s *(Junio 1995)*
3. (a) Cuando un fotón choca con un electrón en la superficie de un material, el fotón transfiere toda su energía al electrón. ¿De qué magnitudes depende la energía del fotón? (b) El electrón con la energía recibida, ¿será emitido siempre, o bajo qué condiciones? *(Sept. 1995)*
4. (a) En un conductor metálico los electrones se mueven con una velocidad de 10^2 cm/s. Según la hipótesis de De Broglie, ¿cuál será la longitud de onda asociada a estos electrones? (b) ¿Toda partícula, sea cual sea su masa y velocidad, llevará asociada una onda?
DATOS: $m_e = 9,109 \times 10^{-31}$ kg; $h = 6,626 \times 10^{-34}$ Js *(Junio 1996)*
5. (a) ¿Cuál es la hipótesis cuántica de Planck? (b) Para la explicación del efecto fotoeléctrico, Einstein tuvo en cuenta las ideas cuánticas de Planck. ¿En qué consiste el efecto fotoeléctrico? ¿Qué explicación del mismo efectuó Einstein? *(Junio 1997)*
6. (a) Calcular la longitud de onda asociada a un electrón que se propaga con una velocidad de 5×10^6 m/s.
(b) Hallar la diferencia de potencial que hay que aplicar a un cañón de electrones para que la longitud de onda asociada a los electrones sea de 6×10^{-11} m.
DATOS: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C *(Sept. 1998)*
7. Considerar las longitudes de onda de De Broglie de un electrón y un protón. Razonar cuál es menor si tienen: (a) el mismo módulo de la velocidad; (b) la misma energía cinética. Suponer velocidades no relativistas. *(Junio 1999)*
8. Las longitudes de onda del espectro visible están comprendidas, aproximadamente entre 390 nm en el violeta y 740 nm en el rojo. (a) ¿Qué intervalo aproximado de energías (en eV) corresponde a los fotones del espectro visible? (b) ¿Qué intervalo aproximado de longitudes de onda de De Broglie tendrían los electrones en ese intervalo de energías?
DATOS: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C *(Sept. 2000)*
9. Un haz de luz monocromática de longitud de onda en el vacío de 450 nm, incide sobre un metal cuya longitud de onda umbral, para el efecto fotoeléctrico, es de 612 nm. Determinar:
(a) La energía de extracción de los electrones del metal.
(b) La energía cinética máxima de los electrones que se arrancan del metal.
DATOS: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $c = 3 \times 10^8$ m/s *(Junio 2001)*

10. Dos partículas no relativistas tienen asociada la misma longitud de onda de De Broglie. Sabiendo que la masa de una de ellas es el triple que la masa de la otra, determinar: **(a)** La relación entre sus momentos lineales. **(b)** La relación entre sus velocidades. *(Sept. 2001)*
11. **(a)** ¿Qué velocidad ha de tener un electrón para que su longitud de onda de De Broglie sea 200 veces la correspondiente a un neutrón de energía cinética 6 eV? **(b)** ¿Se puede considerar que el electrón a esta velocidad es no relativista?
DATOS: $c = 3 \times 10^8$ m/s; $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $m_n = 1,7 \times 10^{-27}$ kg
(Junio 2002)
12. Una radiación de frecuencia f produce un efecto fotoeléctrico al incidir sobre una placa de metal. **(a)** ¿Qué condición tiene que cumplir la frecuencia para que produzca efecto fotoeléctrico?
Explicar qué ocurre: **(b)** Si se aumenta la frecuencia de la radiación. **(c)** Si se aumenta la intensidad de la radiación. *(Junio 2003)*
13. A una partícula material se le asocia la llamada longitud de onda de De Broglie. **(a)** ¿Qué magnitudes físicas determinan el valor de la longitud de onda de De Broglie? ¿Pueden dos partículas distintas con diferente velocidad tener asociada la misma longitud de onda de De Broglie? **(b)** ¿Qué relación existe entre las longitudes de onda de De Broglie de dos electrones cuyas energías cinéticas vienen dadas por 2 eV y 8 eV? *(Sept. 2003)*
14. En un átomo, un electrón pasa de un nivel de energía a otro nivel inferior. Si la diferencia de energías es de 2×10^{-15} J, determinar la frecuencia y la longitud de onda de la radiación emitida.
DATOS: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $c = 3 \times 10^8$ m/s *(Junio 2004)*
15. Un cierto haz luminoso provoca efecto fotoeléctrico en un determinado metal. Explicar cómo se modifica el número de fotoelectrones y su energía cinética si: **(a)** aumenta la intensidad del haz luminoso; **(b)** aumenta la frecuencia de la luz incidente; **(c)** disminuye la frecuencia de la luz por debajo de la frecuencia umbral del metal. **(d)** ¿Cómo se define la magnitud trabajo de extracción? *(Junio 2004)*
16. El trabajo de extracción para el sodio es de 2,5 eV. Calcular: **(a)** La longitud de onda de la radiación que debemos usar para que los electrones salgan del metal con una velocidad máxima de 10^7 m/s. **(b)** La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones que salen del metal con la velocidad de 10^7 m/s.
DATOS: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C
(Sept. 2004)
17. Una partícula α y un protón tienen la misma energía cinética. Considerando que la masa de la partícula α es cuatro veces la masa del protón: **(a)** ¿Qué relación existe entre los momentos lineales de estas partículas? **(b)** ¿Qué relación existe entre las longitudes de onda de De Broglie correspondiente a estas partículas? *(Junio 2005)*
18. Un electrón que parte del reposo es acelerado por una diferencia de potencial de 50 V. Calcular: **(a)** El cociente entre los valores de la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad alcanzada por el electrón. **(b)** La longitud de onda de De Broglie asociada al electrón después de atravesar dicho potencial.
DATOS: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C
(Junio 2005)

19. Considerando el movimiento relativista de un protón. (a) Calcular la energía en reposo del protón expresada en electronvoltios. (b) Si el protón se mueve con una velocidad de $2,83 \times 10^8$ m/s, ¿cuál es la masa del protón en este caso?; ¿y la energía correspondiente?
DATOS: $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $c = 3 \times 10^8$ m/s (Sept. 2005)
20. Un protón que parte del reposo es acelerado por una diferencia de potencial de 10 V. Determinar: (a) la energía que adquiere el protón expresada en eV y su velocidad en m/s; (b) la longitud de onda de De Broglie asociada al protón moviéndose con la velocidad anterior.
DATOS: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C (Sept. 2005)
21. Se ilumina una superficie metálica con luz cuya longitud de onda es de 300 nm, siendo el trabajo de extracción del metal de 2,46 eV. Calcular:
(a) La longitud de onda umbral para el metal, expresada en nm.
(b) La energía cinética máxima de los electrones emitidos por el metal, expresada en eV.
DATOS: $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J (Junio 2006)
22. Calcular en los dos casos siguientes la diferencia de potencial con que debe ser acelerado un protón que parte del reposo para que después de atravesar dicho potencial:
(a) El momento lineal del protón sea 10^{-21} kgm/s.
(b) La longitud de onda de De Broglie asociada al protón sea 5×10^{-13} m.
DATOS: $q_p = 1,6 \times 10^{-19}$; $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg; $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js. (Junio 2006)
23. Determinar la longitud de onda de Broglie y la energía cinética, expresada en eV, de:
(a) un electrón cuya longitud de onda de De Broglie es igual a la longitud de onda en el vacío de un fotón de energía 10^4 eV;
(b) una piedra de masa 80 g que se mueve con una velocidad de 2 m/s.
DATOS: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C (Sept. 2007)
24. En un experimento de efecto fotoeléctrico un haz de luz de 500 nm de longitud de onda incide sobre un metal cuya función de trabajo (o trabajo de extracción) es de 2,1 eV. Analizar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones: (a) Los electrones arrancados pueden tener longitudes de onda de De Broglie menores que 10^9 m. (b) La frecuencia umbral del metal es mayor que 10^{14} Hz.
DATOS: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C (Junio 2008)
25. El potencial de frenado de los electrones emitidos por la plata cuando incide sobre ella luz de longitud de onda de 200 nm es 1,48 V. Deducir: (a) La función de trabajo (o trabajo de extracción) de la plata, expresada en eV. (b) La longitud de onda umbral en nm para que se produzca el efecto fotoeléctrico.
Datos: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C (Junio 2008)
26. La longitud de onda umbral de la luz utilizada para la emisión de electrones en un metal por efecto fotoeléctrico es la correspondiente al color amarillo. Explicar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones: (a) Iluminando con la luz amarilla umbral, si duplicamos la intensidad de luz duplicaremos también la energía cinética de los electrones emitidos. (b) Iluminando con luz ultravioleta no observaremos emisión de electrones. (Sept. 2008)

27. La energía en reposo de un electrón es 0,511 MeV. Si el electrón se mueve con una velocidad $v = 0,8 c$, siendo c la velocidad de la luz en el vacío: **(a)** ¿Cuál es la masa relativista del electrón para esta velocidad? **(b)** ¿Cuál es la energía relativista total?
DATOS: $q_e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ (Sept. 2009)
28. La energía mínima necesaria para extraer un electrón del sodio es de 2,3 eV. Explicar si se producirá el efecto fotoeléctrico cuando se ilumina una lámina de sodio con las siguientes radiaciones:
(a) Luz roja de longitud de onda 680 nm. **(b)** Luz azul de longitud de onda 360 nm.
DATOS: $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}$; $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$; $q_e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ (Junio 2010)
29. Dos partículas poseen la misma energía cinética. Determinar en los dos casos siguientes:
(a) La relación entre las longitudes de onda de De Broglie correspondientes a las dos partículas, si la relación entre sus masas es $m_1 = 50 m_2$. **(b)** La relación que existe entre las velocidades, si la relación entre sus longitudes de onda de De Broglie es $\lambda_1 = 500 \lambda_2$.
(Junio 2010)
30. Razonar si las siguientes afirmaciones son correctas o incorrectas:
(a) De acuerdo con el principio de conservación de la energía, los fotoelectrones emitidos por un metal irradiado tienen la misma energía que los fotones que absorben.
(b) Si se irradia con luz blanca un metal y se produce efecto fotoeléctrico en todo el rango de frecuencias de dicha luz, los fotoelectrones emitidos con mayor energía cinética son los originados por las componentes espectrales de la región del rojo. (Junio 2010)
31. Una radiación de luz ultravioleta de 350 nm de longitud de onda incide sobre una superficie de potasio. Si el trabajo de extracción de un electrón para el potasio es de 2 eV, determinar:
(a) La energía por fotón de la radiación incidente, expresada en electron-voltios. **(b)** La velocidad máxima de los electrones emitidos.
DATOS: $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}$; $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$; $q_e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$.
(Sept. 2011)
32. Una partícula de 1 mg de masa en reposo es acelerada desde el reposo hasta que alcanza una velocidad $v = 0,6 c$, siendo c la velocidad de la luz en el vacío. Determinar: **(a)** La masa de la partícula cuando se mueve a la velocidad v . **(b)** La energía que ha sido necesario suministrar a la partícula para que ésta alcance dicha velocidad v .
DATO: $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ (Junio 2012)
33. El trabajo de extracción de un material metálico es 2,5 eV. Se ilumina con luz monocromática y la velocidad máxima de los electrones emitidos es de $1,5 \times 10^6 \text{ m/s}$. Determinar:
(a) La frecuencia de la luz incidente y la longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos. **(b)** La longitud de onda con la que hay que iluminar el material metálico para que la energía cinética máxima de los electrones emitidos sea de 1,9 eV.
DATOS: $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}$; $q_e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$
(Sept. 2012)
34. Una radiación monocromática de longitud de onda $\lambda = 10^{-7} \text{ m}$ incide sobre un metal cuya frecuencia umbral es $2 \times 10^{14} \text{ Hz}$. Determinar: **(a)** El trabajo de extracción y la energía cinética máxima de los electrones. **(b)** El potencial de frenado.
DATO: $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}$; $q_e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$; $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ (Junio 2013)

35. (a) Calcular la longitud de onda de un fotón que posea la misma energía que un electrón en reposo. (b) Calcular la frecuencia de dicho fotón y, a la vista de la tabla, indicar a qué tipo de radiación correspondería.

Ultravioleta	Entre $7,5 \times 10^{14}$ y 3×10^{17} Hz
Rayos-X	Entre 3×10^{17} y 3×10^{19} Hz
Rayos gamma	Más de 3×10^{19} Hz

DATOS: $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg; $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $c = 3,00 \times 10^8$ m/s (Sept. 2013)

36. (a) Determinar la masa y el momento lineal de un protón cuando se mueve con una velocidad de $2,70 \times 10^8$ m/s. (b) Calcular el aumento de energía necesario para que el protón del apartado anterior cambie su velocidad de $v_1 = 2,70 \times 10^8$ a $v_2 = 2,85 \times 10^8$ m/s.

DATOS: m_p (en reposo) = $1,67 \times 10^{-27}$ kg; $c = 3 \times 10^8$ m/s (Junio 2014)

37. Sobre un cierto metal cuya función de trabajo (trabajo de extracción) es 1,3 eV incide un haz de luz cuya longitud de onda es 662 nm. Calcular: (a) La energía cinética máxima de los electrones emitidos. (b) La longitud de onda de De Broglie de los electrones emitidos con la máxima energía cinética posible.

DATOS: $c = 3 \times 10^8$ m/s; $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg; $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C

(Junio 2014)

38. La función de trabajo (trabajo de extracción) del Cesio es 2,20 eV. Determinar: (a) La longitud de onda umbral del efecto fotoeléctrico en el Cesio. (b) Si sobre una muestra de Cesio incide luz de longitud de onda de 390 nm, ¿cuál será la velocidad máxima de los electrones emitidos por efecto fotoeléctrico?

DATOS: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $c = 3 \times 10^8$ m/s

(Sept. 2014)

39. Un electrón en un tubo de rayos catódicos se mueve a una velocidad 0,3 c. (a) Determinar su energía total. (b) Calcular su energía cinética.

DATOS: Masa en reposo del electrón, $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg; $c = 3,00 \times 10^8$ m/s (Junio 2015)

40. (a) Determinar la velocidad de un electrón para que su longitud de onda asociada sea la misma que la de un fotón de 1,3 eV. (b) ¿Cuál es la longitud de onda de dicho electrón?

DATOS: $c = 3 \times 10^8$ m/s; $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg; $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C

(Junio 2015)

41. (a) Un haz de electrones se acelera desde el reposo con una diferencia de potencial de 1000 V. Determinar la longitud de onda asociada a los electrones.

(b) Si una determinada radiación electromagnética, cuya longitud de onda vale $\lambda = 0,04$ nm, incide sobre una superficie de platino, cuyo trabajo de extracción equivale a 6,4 eV, ¿qué energía cinética máxima tendrán los electrones extraídos por efecto fotoeléctrico?

DATOS: $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js

(Sept. 2015)

42. Al incidir luz de longitud de onda $\lambda = 276,25$ nm sobre un cierto material, los electrones emitidos con una energía cinética máxima pueden ser frenados hasta detenerse aplicando una diferencia de potencial de 2 V. Calcular: (a) El trabajo de extracción del material. (b) La longitud de onda de De Broglie de los electrones emitidos con energía cinética máxima.

DATOS: $c = 3 \times 10^8$ m/s; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg

(Junio 2016)

43. Una luz ultravioleta de 220 nm de longitud de onda incide sobre una placa metálica produciendo la emisión de electrones. Si el potencial de frenado es de 1,5 V, determinar: (a) La energía de los fotones incidentes y la energía cinética máxima de los electrones emitidos. (b) El trabajo de extracción del metal.

DATOS: $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $c = 3 \times 10^8$ m/s.

(Sept. 2016)

Tema 1. Elementos de Física Cuántica

PROBLEMAS

1. Sobre la superficie del potasio incide luz de 6×10^{-8} m de longitud de onda. Sabiendo que la longitud de onda umbral para el potasio es de $7,5 \times 10^{-7}$ m, calcular: **(a)** el trabajo de extracción de los electrones en el potasio. **(b)** la energía cinética máxima de los electrones emitidos.
DATO: $h = 6,626 \times 10^{-34}$ Js; $c = 3 \times 10^8$ m/s *(Junio 1994)*
2. La función de trabajo de extracción de electrones de una superficie metálica de cesio es de 1,9 eV. Calcular: **(a)** la frecuencia umbral y la longitud de onda de la luz monocromática necesaria para el efecto fotoeléctrico; **(b)** la energía cinética de los electrones emitidos si la longitud de onda de la luz incidente es 35×10^{-8} m.
DATOS: $h = 6,626 \times 10^{-34}$ Js; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C *(Junio 1995)*
3. El cátodo de una célula fotoeléctrica es iluminado con una radiación electromagnética de longitud de onda λ . La energía de extracción para un electrón en el cátodo es 2,2 eV, siendo preciso establecer entre el cátodo y el ánodo una tensión de 0,4 V para anular la corriente fotoeléctrica. Calcular: **(a)** la velocidad máxima de los electrones emitidos; **(b)** los valores de la longitud de onda de la radiación empleada λ y la longitud de onda umbral λ_0 .
DATOS: $m_e = 9,109 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $h = 6,626 \times 10^{-34}$ Js *(Junio 1999)*
4. Si se ilumina con luz de $\lambda = 300$ nm la superficie de un material fotoeléctrico, el potencial de frenado vale 1,2 V. El potencial de frenado se reduce a 0,6 V por oxidación del material. Determinar: **(a)** La variación de la energía cinética máxima de los electrones emitidos. **(b)** La variación de la función de trabajo del material y de la frecuencia umbral.
DATOS: $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $h = 6,626 \times 10^{-34}$ Js *(Sept. 1999)*
5. Una radiación monocromática que tiene una longitud de onda en el vacío de 600 nm y una potencia de 0,54 W, penetra en una célula fotoeléctrica de cátodo de cesio, cuyo trabajo de extracción es de 2,0 eV. Determinar: **(a)** El número de fotones por segundo que viajan con la radiación. **(b)** La longitud de onda umbral del efecto fotoeléctrico para el cesio. **(c)** La energía cinética de los electrones emitidos. **(d)** La velocidad con que llegan los electrones al ánodo, si se aplica una diferencia de potencial de 100 V.
DATOS: $m_e = 9,109 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $h = 6,626 \times 10^{-34}$ Js *(Junio 2000)*
6. Al iluminar un metal con luz de frecuencia $2,5 \times 10^{15}$ Hz se observa que emite electrones que pueden detenerse al aplicar un potencial de frenado de 7,2 V. Si la luz que se emplea con el mismo fin es de longitud de onda en el vacío $1,78 \times 10^{-7}$ m, dicho potencial pasa a ser de 3,8 V. Determinar: **(a)** El valor de la constante de Planck. **(b)** La función de trabajo (o trabajo de extracción) del metal.
DATOS: $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $c = 3 \times 10^8$ m/s *(Junio 2001)*
7. Los fotoelectrones expulsados de la superficie de un metal por una luz de 400 nm de longitud de onda en el vacío son frenados por una diferencia de potencial de 0,8 V. **(a)** Determinar la función de trabajo del metal. **(b)** ¿Qué diferencia de potencial se requiere para frenar los electrones expulsados de dicho metal por una luz de 300 nm de longitud de onda en el vacío?
DATOS: $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $h = 6,626 \times 10^{-34}$ Js *(Sept. 2002)*

8. Un metal tiene una frecuencia umbral de $4,5 \times 10^{14}$ Hz para el efecto fotoeléctrico. (a) Si el metal se ilumina con una radiación de 4×10^{-7} m de longitud de onda, ¿cuál será la energía cinética y la velocidad de los electrones emitidos? (b) Si el metal se ilumina con otra radiación distinta, de forma que los electrones emitidos tengan una energía cinética el doble que en el caso anterior, ¿cuál será la frecuencia de esta radiación?
DATOS: $m_e = 9,109 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js
(Sept. 2003)
9. Al iluminar con luz de frecuencia $8,0 \times 10^{14}$ Hz una superficie metálica se obtienen fotoelectrones con una energía cinética máxima de $1,6 \times 10^{-19}$ J. (a) ¿Cuál es el trabajo de extracción del metal? Expresar su valor en eV. (b) Determinar (en nm) la longitud de onda máxima de los fotones que producirían fotoelectrones en dicho material.
DATOS: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J s; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C. (Junio 2012)
10. Los electrones emitidos por una superficie metálica tienen una energía cinética máxima de 2,5 eV para una radiación incidente de 350 nm de longitud de onda. Calcular: (a) El trabajo de extracción de un mol de electrones, en kilojulios. (b) La diferencia de potencial mínima (potencial de frenado) requerida para frenar los electrones emitidos.
DATOS: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $N_A = 6,02 \times 10^{23}$; $q_e = 1,60 \times 10^{-19}$; $c = 3 \times 10^8$ m/s (Junio 2013)
11. Una radiación electromagnética de longitud de onda en el vacío $\lambda = 0,2 \mu\text{m}$ incide sobre un metal cuya frecuencia umbral es de 3×10^{14} Hz. Calcular: (a) La energía cinética máxima de los electrones emitidos. (b) El potencial eléctrico que es necesario aplicar para frenarlos.
DATOS: $c = 3, \times 10^8$ m/s; $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $q_e = 1,60 \times 10^{-19}$ C. (Junio 2013)
12. Una fuente luminosa emite luz monocromática de longitud de onda 500 nm. La potencia emitida por la fuente es 1 W. Calcular: (a) La energía del fotón emitido y el número de fotones por segundo que emite la fuente. (b) La energía cinética máxima de los electrones emitidos por una lámina de Cesio sobre la que incide esta radiación.
DATOS: $h = 6,62 \times 10^{-34}$ Js; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $c = 3 \times 10^8$ m/s
Trabajo de extracción del Cesio, $W_0 = 2,1$ eV. (Junio 2014)
13. La longitud de onda umbral de la plata para el efecto fotoeléctrico es 262 nm. (a) Hallar la función de trabajo de la plata (trabajo de extracción). (b) Sobre una lámina de plata incide radiación electromagnética monocromática de 175 nm. ¿Cuál es la velocidad máxima de los electrones emitidos por efecto fotoeléctrico?
DATOS: $c = 3 \times 10^8$ m/s; $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg; $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js (Junio 2015)
14. Dos núcleos de deuterio (^2H) y tritio (^3H) reaccionan para producir un núcleo de helio (^4He) y un neutrón, liberando 17,55 MeV durante el proceso. (a) Suponiendo que el núcleo de helio se lleva en forma de energía cinética el 25 % de la energía liberada y que se comporta como una partícula no relativista, determinar su velocidad y su longitud de onda de De Broglie asociada. (b) Determinar la longitud de onda de un fotón cuya energía fuese el 75 % de la energía liberada en la reacción anterior.
DATOS: $m(^4\text{He}) = 6,62 \times 10^{-27}$ kg; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js (Junio 2015)
15. Sobre un metal, cuyo trabajo de extracción es de 1,6 eV, incide un rayo láser de 30 mW de potencia cuyos fotones tienen una longitud de onda de 633 nm. Determinar: (a) La energía de los fotones incidentes y la energía cinética máxima de los electrones emitidos, en eV. (b) El número de fotones que en cada segundo incide sobre la muestra metálica.
DATOS: $c = 3 \times 10^8$ m/s; $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C (Junio 2015)

16. (a) Calcular la velocidad de los átomos de Helio que tienen asociada una longitud de onda de De Broglie de 0,103 nm.
(b) El trabajo de extracción para la plata (Ag) es de 4,7 eV. Sobre la superficie de dicho metal incide luz ultravioleta de longitud de onda $\lambda = 200$ nm. Calcular el potencial de frenado necesario para parar los electrones emitidos por la plata.
DATOS: $m_{\text{He}} = 6,62 \times 10^{-27}$ kg; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js.
(Junio 2016)

17. Un protón se mueve en el vacío en línea recta y a la mitad de la velocidad de la luz en el mismo medio. Determinar: (a) La masa del protón a esa velocidad. (b) La longitud de onda asociada a la partícula.
DATOS: Masa del protón en reposo, $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg;
 $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $c = 3,00 \times 10^8$ m/s.
(Junio 2016)

Tema 2. Física nuclear

CUESTIONES

1. El periodo de semidesintegración del polonio-210 es de 138 días. Si disponemos inicialmente de 2 mg de polonio-210, ¿qué tiempo debe transcurrir para que queden 0,5 mg?
(Junio 1994)
2. Un núcleo radiactivo tiene una vida media de 1 segundo.
(a) ¿Cuál es su constante de desintegración?
(b) Si en un instante dado una muestra de esta sustancia radiactiva tiene una actividad de $11,1 \times 10^7$ desintegraciones por segundo, ¿cuál es el número medio de núcleos radiactivos en ese instante?
(Junio 1995)
3. (a) Explicar el concepto de energía nuclear de enlace.
(b) Determinar la energía nuclear de enlace del ${}^7_3\text{Li}$, siendo su masa de 7,01601 u.
DATOS: masa del neutrón $m_n = 1,008665$ u; masa del protón $m_p = 1,007276$ u
 $1 \text{ u} = 1,66 \times 10^{-27}$ kg; velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \times 10^8$ m/s (Sept. 1995)
4. Razonar por qué el núcleo de tritio (${}^3_1\text{H}$) es más estable que el núcleo de helio (${}^3_2\text{He}$).
DATOS: masa del núcleo de helio-3 = 3,016029 u;
masa del núcleo de tritio = 3,016049 u;
masa del protón = 1,007276 u; masa del neutrón = 1,008665 u (Junio 1999)
5. (a) Calcular el defecto de masa y la energía total de enlace del isótopo ${}^{15}_7\text{N}$ de masa atómica 15,0001089 u. (b) Calcular la energía de enlace por nucleón.
DATOS: masa del protón = 1,007276 u; masa del neutrón = 1,008665 u
unidad de masa atómica $1 \text{ u} = 1,66 \times 10^{-27}$ kg; $c = 3 \times 10^8$ m/s (Sept. 1999)
6. (a) ¿Cómo se define la actividad de una muestra radiactiva? ¿Cuál es su unidad en el Sistema Internacional?
(b) El curio es la unidad de actividad definida como la actividad de una muestra de un gramo de radio. ¿Cuál es la relación entre esta unidad y la del Sistema Internacional?
Datos del radio: masa atómica = 226 u; constante de desintegración $\lambda = 1,4 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}$
 $N_A = 6,022 \times 10^{23}$ (Junio 2002)
7. El isótopo uranio-234 tiene un periodo de semidesintegración de 250000 años. Si partimos de una muestra de 10 g de dicho isótopo, determinar: (a) La constante de desintegración radiactiva. (b) La masa que quedará sin desintegrar después de 50000 años. (Sept. 2002)
8. Se dispone inicialmente de una muestra radiactiva que contiene 5×10^{18} átomos de un isótopo de Ra, cuyo periodo de semidesintegración es de 3,64 días. Calcular:
(a) La constante de desintegración radiactiva del Ra y la actividad inicial de la muestra.
(b) El número de átomos en la muestra al cabo de 30 días. (Junio 2003)

9. La ley de desintegración de una sustancia radiactiva es la siguiente: $N = N_0 e^{-0,003t}$, donde N representa el número de núcleos presentes en la muestra en el instante t . Sabiendo que t está expresado en días, determinar:
- (a) El periodo de semidesintegración (o semivida) de la sustancia $T_{1/2}$.
 (b) La fracción de núcleos radiactivos sin desintegrar en el instante $t = 5 T_{1/2}$. (Sept. 2006)
10. Una muestra de un material radiactivo posee una actividad de 115 Bq inmediatamente después de ser extraída del reactor donde se formó. Su actividad 2 horas después resulta ser 85,2 Bq. (a) Calcular el periodo de semidesintegración de la muestra (en horas).
 (b) ¿Cuántos núcleos radiactivos existían inicialmente en la muestra?
 DATO: 1 Bq = 1 desintegración/segundo (Junio 2007)
11. Justificar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, según la teoría de la relatividad especial:
- (a) La masa de un cuerpo con velocidad v respecto de un observador es menor que su masa en reposo.
 (b) La energía de enlace del núcleo atómico es proporcional al defecto de masa nuclear Δm . (Junio 2008)
12. Una roca contiene dos isótopos radiactivos A y B de periodos de semidesintegración de 1600 años y 1000 años respectivamente. Cuando la roca se formó el contenido de A y B era el mismo (10^{15} núcleos) en cada una de ellas. (a) ¿Qué isótopo tenía una actividad mayor en el momento de su formación? (b) ¿Qué isótopo tendrá una actividad mayor 3000 años después de su formación?
 NOTA: Considerar 1 año = 365 días (Junio 2009)
13. De los 120 g iniciales de una muestra radiactiva se han desintegrado, en 1 hora, el 10% de los núcleos. Determinar: (a) La constante de desintegración radiactiva y el periodo de semidesintegración de la muestra. (b) La masa que quedará de la sustancia radiactiva transcurridas 5 horas. (Junio 2010)
14. Razonar si las siguientes afirmaciones son correctas o incorrectas:
- (a) Conociendo únicamente la actividad de una sustancia radiactiva en un instante determinado no se puede determinar su constante de desintegración.
 (b) La radiación beta es sensible a campos magnéticos, mientras que la gamma no. (Junio 2009)
15. El tritio es un isótopo del hidrógeno de masa atómica igual a 3,016 u. Su núcleo está formado por un protón y dos neutrones. (a) Definir el concepto de defecto de masa y calcularlo para el núcleo de tritio. (b) Definir el concepto de energía media de enlace por nucleón y calcularlo para el caso del tritio, expresando el resultado en unidades de MeV.
 DATOS: $m_p = 1,0073$ u; $m_n = 1,0087$ u; $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $u = 1,67 \times 10^{-27}$ kg;
 $c = 3 \times 10^8$ m/s (Sept. 2010)
16. Una muestra de un organismo vivo presenta en el momento de morir una actividad radiactiva por cada gramo de carbono, de 0,25 Bq correspondiente al isótopo carbono-14. Sabiendo que dicho isótopo tiene un periodo de semidesintegración de 5730 años, determinar: (a) La constante radiactiva del isótopo carbono 14. (b) La edad de una momia que en la actualidad presenta una actividad radiactiva correspondiente al isótopo carbono-14 de 0,163 Bq, por cada gramo de carbono. (Sept. 2010)

17. Se tiene una muestra de 80 mg del isótopo Radio-226 cuya vida media es de 1600 años. (a) ¿Cuánta masa de dicho isótopo quedará al cabo de 500 años? (b) ¿Qué tiempo se requiere para que su actividad se reduzca a la cuarta parte? *(Junio 2011)*
18. Se dispone de 20 g de una muestra radiactiva y transcurridos 2 días se han desintegrado 15 g de la misma. Calcular: (a) La constante de desintegración radiactiva de dicha muestra. (b) El tiempo que debe transcurrir para que se desintegre el 90% de la muestra. *(Junio 2012)*
19. El periodo de semidesintegración de un isótopo radiactivo es de 1840 años. Inicialmente se tiene una muestra de 30 g de material radiactivo (a) Determinar qué masa quedará sin desintegrar después de 500 años. (b) ¿Cuánto tiempo ha de transcurrir para que queden sin desintegrar 3 g de la muestra? *(Sept. 2012)*
20. El cobalto-60 es un elemento radiactivo cuyo periodo de semidesintegración es de 5,27 años. Se dispone inicialmente de una muestra radiactiva de cobalto-60 de 2 g de masa. Calcular: (a) La masa de cobalto-60 desintegrada después de 10 años. (b) La actividad de la muestra después de dicho tiempo, expresada en Bq.
DATO: $N_A = 6,023 \times 10^{23}$ *(Junio 2013)*
21. Dos muestras de material radiactivo, A y B, se prepararon con tres meses de diferencia. La muestra A, que se preparó en primer lugar, contenía doble cantidad de cierto isótopo radiactivo que la B. En la actualidad, se detectan 2000 desintegraciones por hora en ambas muestras. Determinar: (a) El periodo de semidesintegración del isótopo radiactivo. (b) La actividad que tendrán ambas muestras dentro de un año. *(Sept. 2013)*
22. Se dispone de una muestra que contiene una cierta cantidad de un isótopo radioactivo. Cuando se preparó la muestra, su actividad era de 200 Bq. Hace un año su actividad era 20 Bq, el doble de la que tiene en la actualidad. Calcular: (a) La constante de desintegración. (b) El tiempo transcurrido desde que se preparó la muestra hasta la actualidad. *(Junio 2014)*
23. Inicialmente se tienen $6,2 \times 10^{24}$ núcleos de un cierto isótopo radiactivo. Transcurridos 10 años el número de núcleos radioactivos se ha reducido a $3,58 \times 10^{24}$. Determinar: (a) La vida media del isótopo. (b) El periodo de semidesintegración. *(Sept. 2014)*
24. Cuando se encuentra fuera del núcleo atómico, el neutrón es una partícula inestable con una vida media de 885,7 s. Determinar: (a) El periodo de semidesintegración del neutrón y su constante de desintegración. (b) Una fuente de neutrones emite 10^{10} neutrones por segundo con una velocidad constante de 100 km/s. ¿Cuántos neutrones por segundo recorren una distancia de $3,7 \times 10^7$ km sin desintegrarse? *(Junio 2015)*
25. Un cierto isótopo con aplicaciones médicas es enviado en camión a un laboratorio. En el momento de ser cargado en el camión, su actividad era de $2,25 \times 10^8$ Bq. A su llegada al laboratorio esta se había reducido hasta $1,85 \times 10^8$ Bq. Sabiendo que la vida media del isótopo es de 9 días, determinar: (a) El periodo de semidesintegración. (b) El tiempo transcurrido entre las dos mediciones. *(Junio 2015)*
26. El isótopo flúor-18 (ampliamente utilizado en la generación de imágenes médicas) tiene una vida media de 110 minutos. Se administran 10 μ g a un paciente. (a) ¿Cuál será la actividad radiactiva inicial? (b) ¿Cuánto tiempo (medido en horas) transcurre hasta que queda sólo un 1 % de la cantidad inicial?
DATO: $N_A = 6,022 \times 10^{23}$ *(Sept. 2015)*

27. La masa de cierto isótopo radiactivo disminuye hasta un octavo de su cantidad original en un tiempo de 5 h. Determinar: **(a)** La constante de desintegración de dicho isótopo y su vida media. **(b)** El tiempo que debe transcurrir para que la masa de dicho isótopo sea un 10 % de la masa inicial. *(Junio 2016)*
28. En una muestra de Iodo-131 radiactivo con un periodo de semidesintegración de 8 días, había inicialmente $1,2 \times 10^{21}$ átomos y actualmente solo hay $0,2 \times 10^{20}$ átomos. Calcular: **(a)** El tiempo transcurrido. **(b)** La actividad de la muestra una vez transcurridos 50 días desde el instante inicial. *(Junio 2016)*

Tema 2. Física nuclear

PROBLEMAS

1. El periodo de semidesintegración del estroncio-90 es de 28 años. Calcular: (a) su constante de desintegración y la vida media; (b) el tiempo que deberá transcurrir para que una muestra de 1,5 mg se reduzca un 90 %. *(Sept. 1998)*
2. Una muestra contiene inicialmente 10^{20} átomos, de los cuales un 20 % corresponden a material radiactivo con un periodo de semidesintegración de 13 años. Calcular: (a) La constante de desintegración del material radiactivo. (b) El número de átomos radiactivos iniciales y la actividad inicial de la muestra, expresada en desintegraciones/s. (c) El número de átomos radiactivos al cabo de 50 años. (d) La actividad de la muestra al cabo de 50 años, expresada en desintegraciones/s. *(Junio 2007)*
3. El deuterio es un isótopo del hidrógeno de masa atómica igual a 2,0136 u. Su núcleo está formado por un protón y un neutrón. (a) Indicar el número atómico (Z) y el número másico (A) del deuterio. (b) Calcular el defecto de masa del núcleo de deuterio. (c) Calcular la energía media de enlace (expresada en MeV) por nucleón del deuterio. (d) Si un ión de deuterio es acelerado mediante un campo eléctrico, partiendo del reposo, entre dos puntos con una diferencia de potencial de 2000 V, calcular su longitud de onda de De Broglie asociada.
DATOS: $m_p = 1,0073$ u; $m_n = 1,0087$ u; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $u = 1,67 \times 10^{-27}$ kg;
 $c = 3 \times 10^8$ m/s; $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js *(Junio 2008)*
4. En una muestra de azúcar hay $2,1 \times 10^{24}$ átomos de carbono. De éstos, uno de cada 10^{12} átomos corresponden al isótopo radiactivo ^{14}C . Como consecuencia de la presencia de dicho isótopo la actividad de la muestra de azúcar es de 8,1 Bq. (a) Calcular el número de átomos radiactivos iniciales de la muestra y la constante de desintegración radiactiva (λ) del ^{14}C . (b) ¿Cuántos años han de pasar para que la actividad sea inferior a 0,01 Bq?
DATO: 1 Bq = 1 desintegración/segundo *(Sept. 2008)*
5. El periodo de semidesintegración del Radio-228 es de 5,76 años mientras que el de Radio-224 es de 3,66 días. Calcular la relación que existe entre las siguientes magnitudes de estos dos isótopos: (a) Las constantes radiactivas. (b) Las vidas medias. (c) Las actividades de 1 g de cada isótopo. (d) Los tiempos para los que el número de núcleos radiactivos se reduce a la cuarta parte de su valor inicial.
DATO: $N_A = 6,022 \times 10^{23}$ (número de Avogadro) *(Junio 2009)*
6. En un tiempo determinado, una fuente radiactiva A tiene una actividad de $1,6 \times 10^{11}$ Bq y un periodo de semidesintegración de $8,983 \times 10^5$ s y una segunda fuente B tiene una actividad de $8,5 \times 10^{11}$ Bq. Las fuentes A y B tienen la misma actividad 45 días más tarde. Determinar: (a) La constante de desintegración radiactiva de la fuente A. (b) El número de núcleos iniciales de la fuente A. (c) El valor de la actividad común a los 45 días. (d) La constante de desintegración radiactiva de la fuente B.
DATO: 1 Bq = 1 desintegración/segundo *(Sept. 2009)*
7. En un laboratorio se reciben 100 g de un isótopo desconocido. Transcurridas 2 horas se ha desintegrado el 20 % de la masa inicial del isótopo. (a) Calcular la constante radiactiva y el periodo de semidesintegración del isótopo. (b) Determinar la masa que quedará del isótopo original transcurridas 20 horas. *(Junio 2012)*

8. La constante radioactiva del Cobalto-60 es $0,13 \text{ años}^{-1}$ y su masa atómica es 59,93 u. Determinar: **(a)** El periodo de semidesintegración del isótopo. **(b)** La vida media del isótopo. **(c)** La actividad de una muestra de 20 g del isótopo. **(d)** El tiempo que ha de transcurrir para que en la muestra anterior queden 5 g del isótopo.
DATO: $N_A = 6,02 \times 10^{23}$ *(Sept. 2011)*
9. La vida media de un elemento radioactivo es de 25 años. Calcular: **(a)** El tiempo que tiene que transcurrir para que una muestra del elemento radioactivo reduzca su actividad al 70%. **(b)** Los procesos de desintegración que se producen cada minuto en una muestra que contiene 10^9 núcleos radioactivos. *(Junio 2013)*
10. Una roca contiene dos isótopos radioactivos A y B, de periodos de semidesintegración 1600 y 1000 años, respectivamente. Cuando la roca se formó el contenido de núcleos de A y B era el mismo. **(a)** Si actualmente la roca contiene el doble de núcleos de A que de B, ¿qué edad tiene la roca? **(b)** ¿Qué isótopo tendrá mayor actividad 2500 años después de su formación? *(Junio 2014)*
11. Una cierta muestra contiene inicialmente 87000 núcleos radiactivos. Tras 22 días, el número de núcleos radiactivos se ha reducido a la quinta parte. Calcular: **(a)** La vida media y el periodo de semidesintegración de la especie radioactiva que constituye la muestra. **(b)** La actividad radioactiva (en desintegraciones por segundo) en el instante inicial y a los 22 días. *(Junio 2014)*
12. En un meteorito esférico de radio 3 m se ha encontrado Uranio-238. En el momento de formación del meteorito se sabe que había una concentración de 5×10^{12} átomos de Uranio-238 por cm^3 mientras que en la actualidad se ha medido una concentración de $2,5 \times 10^{12}$ átomos de Uranio-238 por cm^3 . Si la vida media de dicho isótopo es $4,51 \times 10^9$ años, determinar: **(a)** La constante de desintegración del Uranio-238. **(b)** La edad del meteorito. *(Junio 2015)*
13. El isótopo radiactivo Iodo-131 es utilizado en medicina para tratar determinados trastornos de la glándula tiroides. El periodo de semidesintegración del Iodo-131 es de 8,02 días. A un paciente se le suministra una pastilla que contiene Iodo-131 cuya actividad inicial es 55×10^6 Bq. Determinar: **(a)** Cuántos gramos de Iodo-131 hay inicialmente en la pastilla. **(b)** La actividad de la pastilla transcurridos 16 días.
DATOS: $N_A = 6,022 \times 10^{23}$ *(Junio 2016)*
14. Después de 191,11 años el contenido en Radio-226 de una determinada muestra es un 92 % del inicial. **(a)** Determinar el periodo de semidesintegración de este isótopo. **(b)** ¿Cuántos núcleos de Radio-226 quedarán, transcurridos 200 años desde el instante inicial, si la masa inicial de Radio-226 en la muestra era de $40 \mu\text{g}$?
DATO: $N_A = 6,022 \times 10^{23}$ *(Sept. 2016)*

Tema 3. Fuerzas centrales

CUESTIONES

1. **(a)** Enunciar y demostrar el teorema del momento angular para un punto material. **(b)** Describir algún ejemplo de movimiento en el que se cumpla el teorema de conservación del momento angular. *(Junio 1994)*
2. La ecuación fundamental de la dinámica de rotación de un sólido rígido en torno a un eje fijo tiene por expresión $M = I\alpha$. **(a)** Definir las magnitudes que intervienen en dicha ecuación. ¿Cuáles son las unidades correspondientes a dichas magnitudes en el S.I.? **(b)** Si en el citado movimiento, a partir de un cierto instante el momento resultante de las fuerzas exteriores que actúan sobre el sólido, respecto del eje de rotación es cero, ¿cómo serán las magnitudes velocidad angular de rotación del sólido y momento angular del sólido respecto del eje de rotación, a partir de dicho instante? *(Junio 1996)*
3. Una partícula de masa m está describiendo una trayectoria circular de radio R con velocidad lineal constante v . **(a)** ¿Cuál es la expresión de la fuerza que actúa sobre la partícula en este movimiento? ¿Cuál es la expresión del momento angular de la partícula respecto al centro de la trayectoria? **(b)** ¿Qué consecuencias se sacan de aplicar el teorema del momento angular en este movimiento? ¿Por qué? *(Sept. 1996)*
4. **(a)** Enunciar la primera y la segunda ley de Kepler sobre el movimiento planetario. **(b)** Comprobar que la segunda ley de Kepler es un caso particular del teorema de conservación del momento angular. *(Junio 2000)*

Tema 3. Fuerzas centrales

PROBLEMAS

1. Se considera el movimiento elíptico de la Tierra en torno al Sol. Cuando la Tierra está en el afelio (la posición más alejada del Sol) su distancia al Sol es de $1,52 \times 10^{11}$ m y su velocidad orbital es de $2,92 \times 10^4$ m/s. Hallar: **(a)** El momento angular de la Tierra respecto al Sol; **(b)** La velocidad orbital en el perihelio (la posición más cercana al Sol), siendo en este punto su distancia al Sol de $1,47 \times 10^{11}$ m.

DATO: $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg

(Junio 1997)

Tema 4. Teoría de la gravitación universal

CUESTIONES

1. ¿Qué es una fuerza central? ¿Cuándo se dice que un campo de fuerzas es conservativo? Los campos de fuerzas centrales, ¿son conservativos? Utilizar ejemplos. *(Junio 1997)*

2. (a) Comparar las fuerzas de atracción gravitatoria que ejercen la Luna y la Tierra sobre un cuerpo de masa m que se halla situado en la superficie de la Tierra. ¿A qué conclusión se llega? (b) Si el peso de un cuerpo en la superficie de la Tierra es de 1000 N, ¿cuál sería el peso de ese mismo cuerpo en la superficie de la Luna?

DATOS: Distancia entre los centros de la Tierra y la Luna = 60 radios terrestres;

$$M_T = 81 M_L; R_L = 0,27 R_T$$

(Junio 1997)

3. Un cuerpo de masa m se encuentra situado a una distancia R del centro de la Tierra, siendo $R > R_T$. (a) Explicar las diferencias que existen entre las expresiones de su energía potencial:

$$E_p = mgh \quad \text{y} \quad E_p = -G \frac{M_T m}{R}$$

- (b) ¿En cuál de las dos expresiones se ha realizado una aproximación?

(Junio 1998)

4. El cometa Halley se mueve en una órbita elíptica alrededor del Sol. En el perihelio (posición más próxima) el cometa está a $8,75 \times 10^7$ km del Sol y en el afelio (posición más alejada) está a $5,26 \times 10^9$ km del Sol. (a) ¿En cuál de los dos puntos tiene el cometa mayor velocidad?; ¿y mayor aceleración? (b) ¿En qué punto tiene mayor energía potencial?; ¿y mayor energía mecánica? *(Junio 1999)*

5. La velocidad de un asteroide es de 20 km/s en el perihelio y de 14 km/s en el afelio. Determinar en esas posiciones cuál es la relación entre: (a) Las distancias al Sol en torno al cual orbita. (b) Las energías potenciales del asteroide. *(Junio 2004)*

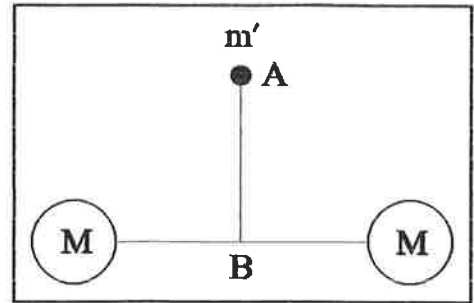
6. Plutón describe una órbita elíptica alrededor del Sol. Indicar para cada una de las siguientes magnitudes si su valor es mayor, menor o igual en el afelio (punto más alejado del Sol) comparado con el perihelio (punto más próximo al Sol): (a) momento angular respecto a la posición del Sol; (b) momento lineal; (c) energía potencial; (d) energía mecánica. *(Junio 2004)*

7. La luz solar tarda 8,31 minutos en llegar a la Tierra y 6,01 minutos en llegar a Venus. Suponiendo que las órbitas descritas por ambos planetas son circulares, determinar: (a) el periodo orbital de Venus en torno al Sol, sabiendo que el de la Tierra es de 365,25 días; (b) la velocidad con que se desplaza Venus en su órbita.

DATO: $c = 3 \times 10^8$ m/s

(Sept. 2004)

8. Dos masas iguales, $M = 20 \text{ kg}$, ocupan posiciones fijas separadas una distancia de 2 m , según indica la figura. Una tercera masa, $m' = 0,2 \text{ kg}$, se suelta desde el reposo en un punto A equidistante de las dos masas anteriores y a una distancia de 1 m de la línea que las une ($AB = 1 \text{ m}$). Si no actúan más que las acciones gravitatorias entre estas masas, Determinar: (a) La fuerza ejercida (módulo, dirección y sentido) sobre la masa m' en la posición A. (b) Las aceleraciones de la masa m' en las posiciones A y B.



DATO: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ U.I.}$

(Sept. 2005)

9. (a) Enunciar las tres leyes de Kepler sobre el movimiento planetario.
 (b) Si el radio de la órbita de la Tierra es $1,50 \times 10^{11} \text{ m}$ y el de Urano $2,87 \times 10^{12} \text{ m}$, calcular el periodo orbital de Urano. (Junio 2006)
10. Calcular el módulo del momento angular de un objeto de 1000 kg de masa respecto al centro de la Tierra en los siguientes casos: (a) Se lanza desde el polo norte perpendicularmente a la superficie de la Tierra con una velocidad de 10 km/s . (b) Realiza un órbita circular alrededor de la Tierra en el plano ecuatorial a una distancia de 600 km de su superficie. DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ U.I.}$; $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$ (Sept. 2008)
11. (a) Enunciar la 2ª ley de Kepler. Explicar en qué posiciones de la órbita elíptica la velocidad del planeta es máxima y dónde es mínima. (b) Enunciar la 3ª ley de Kepler. Deducir la expresión de la constante de esta ley en el caso de órbitas circulares. (Junio 2010)
12. Un cometa se mueve en una órbita elíptica alrededor del Sol. Explicar en qué punto de su órbita, afelio (punto más alejado del Sol) o perihelio (punto más cercano al Sol) tiene mayor valor: (a) La velocidad. (b) La energía mecánica. (Sept. 2010)
13. El planeta Marte, en su movimiento alrededor del Sol, describe una órbita elíptica. El punto de la órbita más cercano al Sol, perihelio, se encuentra a $206,7 \times 10^6 \text{ km}$, mientras que el punto de la órbita más alejado del Sol, afelio, está a $249,2 \times 10^6 \text{ km}$. Si la velocidad de Marte en el perihelio es de $26,50 \text{ km/s}$, determinar: (a) La velocidad de Marte en el afelio. (b) La energía mecánica total de Marte en el afelio. DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ U.I.}$; $M_M = 6,42 \times 10^{23} \text{ kg}$; $M_S = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$. (Junio 2016)

Tema 4. Teoría de la gravitación universal

PROBLEMAS

1. La masa de la Luna es aproximadamente $7,36 \times 10^{22}$ kg y su radio $1,74 \times 10^6$ m. Calcular:
(a) El valor de la distancia que recorrería una partícula en un segundo de caída libre hacia la Luna, si se abandona en un punto próximo a su superficie.
(b) En la superficie terrestre, al colocar un cuerpo en un platillo de una balanza y en el otro pesas por valor de 23,25 g se consigue el equilibrio. ¿Qué pesas tendríamos que utilizar para equilibrar la balanza con el mismo cuerpo, en la superficie de la Luna?
DATO: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. *(Junio 1994)*
2. Las distancias de la Tierra y de Marte al Sol son respectivamente $149,6 \times 10^6$ y $228,0 \times 10^6$ km. Suponiendo que las órbitas son circulares y que el periodo de revolución de la Tierra en torno al Sol es de 365,25 días: (a) ¿Cuál será el periodo de revolución de Marte? (b) Si la masa de la Tierra es 9,6 veces la de Marte y sus radios respectivos son 6370 y 3390 km, ¿cuál será el peso en Marte de una persona de 70 kg?
DATO: $g_0 = 9,8$ m/s² *(Junio 1999)*
3. El periodo de revolución del planeta Júpiter en su órbita alrededor del Sol es aproximadamente 12 veces mayor que el de la Tierra en su correspondiente órbita. Considerando circulares las órbitas de los dos planetas, determinar: (a) La razón entre los radios de las respectivas órbitas. (b) La razón entre las aceleraciones de los dos planetas en sus respectivas órbitas. *(Junio 2001)*
4. Dos planetas de masas iguales orbitan alrededor de una estrella de masa mucho mayor. El planeta 1 se mueve en una órbita circular de radio 10^{11} m y periodo de 2 años. El planeta 2 se mueve en una órbita elíptica, siendo su distancia en la posición más próxima a la estrella 10^{11} m y en la más alejada $1,8 \times 10^{11}$ m. (a) ¿Cuál es la masa de la estrella? (b) Hallar el periodo (en años) de la órbita del planeta 2. (c) Utilizando los principios de conservación del momento angular y de la energía mecánica, hallar la velocidad del planeta 2 cuando se encuentra en la posición más cercana a la estrella.
DATO: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. *(Junio 2002)*
5. Mercurio describe una órbita elíptica alrededor del Sol. En el afelio su distancia al Sol es de $6,99 \times 10^{10}$ m, y su velocidad orbital es de $3,88 \times 10^4$ m/s, siendo su distancia al Sol en el perihelio de $4,60 \times 10^{10}$ m. (a) Calcular la velocidad orbital de Mercurio en el perihelio. (b) Calcular las energías cinética, potencial y mecánica de Mercurio en el perihelio. (c) Calcular el módulo de su momento lineal y de su momento angular en el perihelio. (d) De las magnitudes calculadas en los apartados anteriores, decir cuáles son iguales en el afelio.
DATOS: Masa de Mercurio $M_M = 3,18 \times 10^{23}$ kg; masa del Sol $M_S = 1,99 \times 10^{30}$ kg
 $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. *(Junio 2003)*
6. Suponiendo que los planetas Venus y la Tierra describen órbitas circulares alrededor del Sol, calcular: (a) El periodo de revolución de Venus. (b) Las velocidades orbitales de Venus y de la Tierra.
DATOS: Distancia de la Tierra al Sol: $1,49 \times 10^{11}$ m
Distancia de Venus al Sol: $1,08 \times 10^{11}$ m
Periodo de revolución de la Tierra: 365 días *(Junio 2009)*

7. Un satélite artificial de masa 200 kg se mueve alrededor de la Tierra en una órbita elíptica definida por una distancia al perigeo (posición más próxima al centro de la Tierra) de $7,02 \times 10^6$ m y una distancia al apogeo (posición más alejada al centro de la Tierra) de $10,30 \times 10^6$ m. Si en el perigeo el módulo de la velocidad es $8,22 \times 10^3$ m/s. **(a)** ¿Cuál es el módulo de la velocidad en el apogeo? **(b)** Determinar el módulo y dirección del momento angular del satélite. **(c)** Determinar la velocidad areolar del satélite. **(d)** Determinar la energía mecánica del satélite.

DATO: $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg.

(Sept. 2011)

8. Un cierto planeta esférico tiene una masa $M = 1,25 \times 10^{23}$ kg y un radio $R = 1,5 \times 10^6$ m. Desde su superficie se lanza verticalmente hacia arriba un objeto, el cual alcanza una altura máxima $h = R/2$. Despreciando rozamientos, determinar: **(a)** La velocidad con que fue lanzado el objeto. **(b)** La aceleración de la gravedad en el punto más alto alcanzado por el objeto.

DATO: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.

(Junio 2013)

9. Se desea situar un satélite de masa $m = 80$ kg en una órbita circular de radio $3R_T$ contenida en el plano ecuatorial. Para ello, se realiza un lanzamiento desde una estación situada en el ecuador. Calcular: **(a)** Las energías cinética y potencial del satélite una vez situado en su órbita. **(b)** El momento angular del satélite, respecto del centro de la Tierra, indicando módulo y dirección.

DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $R_T = 6370$ km; $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg

(Junio 2015)

Tema 5. Campo gravitatorio terrestre

CUESTIONES

1. Determinar el valor de la gravedad en un punto situado a una altura de 130 km sobre la superficie terrestre.
DATOS: $R_T = 6370$ km; $g_o = 9,80$ m/s² *(Junio 1994)*
2. (a) Definir intensidad de campo y potencial en un campo de fuerzas conservativo. ¿Qué relación existe entre ambas magnitudes?
(b) Si el potencial de un campo de fuerzas conservativo es constante en una cierta región del espacio, ¿qué se puede afirmar del vector intensidad de campo en ella? *(Sept. 1995)*
3. Cuando una partícula se mueve en un campo de fuerzas conservativo sometida a la acción de la fuerza del campo, existe una relación entre las energías potencial y cinética. Explicar qué relación es ésta y efectuar su demostración. *(Junio 1996)*
4. (a) ¿Cómo se define la gravedad en un punto de la superficie terrestre? ¿Dónde será mayor la gravedad, en los Polos o en un punto del Ecuador?
(b) ¿Cómo varía la gravedad con la altura? ¿Qué relación existe entre la gravedad a una altura h y la gravedad en la superficie terrestre? *(Sept. 1997)*
5. (a) ¿Cuál es la velocidad de escape de un objeto situado en la superficie de la Tierra?
(b) ¿Cómo influye la dirección con que se lanza un objeto desde la superficie de la Tierra en su velocidad de escape?
DATOS: $R_T = 6370$ km; $g_o = 9,80$ m/s² *(Sept. 1998)*
6. (a) ¿Con qué frecuencia angular debe girar un satélite de comunicaciones, situado en una órbita ecuatorial, para que se encuentre siempre sobre el mismo punto de la Tierra?
(b) ¿A qué altura sobre la superficie terrestre se encontrará el satélite citado en el apartado anterior?
DATOS: $R_T = 6370$ km; $g_o = 9,80$ m/s² *(Sept. 2000)*
7. Un proyectil de masa 10 kg se dispara verticalmente desde la superficie de la Tierra con una velocidad de 3200 m/s. (a) ¿Cuál es la máxima energía potencial que adquiere? (b) ¿En qué posición se alcanza?
DATOS: $R_T = 6370$ km; $g_o = 9,80$ m/s² *(Sept. 2001)*
8. (a) ¿A qué altitud tendrá una persona la mitad del peso que tiene sobre la superficie terrestre? Expresar el resultado en función del radio terrestre.
(b) Si la fuerza de la gravedad actúa sobre todos los cuerpos en proporción a sus masas, ¿por qué no cae un cuerpo pesado con mayor aceleración que un cuerpo ligero? *(Junio 2002)*
9. Un planeta esférico tiene una masa igual a 27 veces la masa de la Tierra, y la velocidad de escape para los objetos situados cerca de su superficie es tres veces la velocidad de escape de la Tierra. Determinar: (a) La relación entre los radios del planeta y de la Tierra. (b) La relación entre las intensidades de la gravedad en puntos de la superficie del planeta y de la Tierra. *(Junio 2003)*

10. Suponiendo un planeta esférico que tiene un radio la mitad del radio terrestre e igual densidad que la Tierra, calcular: **(a)** La aceleración de la gravedad en la superficie de dicho planeta. **(b)** La velocidad de escape de un objeto desde la superficie del planeta, si la velocidad de escape desde la superficie terrestre es 11,2 km/s.

DATO: $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$

(Junio 2003)

11. Razonar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

(a) Un objeto de masa m_1 necesita una velocidad de escape de la Tierra el doble que la que

necesita otro objeto de masa $m_2 = \frac{m_1}{2}$.

(b) Se precisa realizar más trabajo para colocar en una misma órbita un satélite de masa m_1

que otro satélite de masa $m_2 = \frac{m_1}{2}$, lanzados desde la superficie de la Tierra.

(Junio 2005)

12. **(a)** Deducir la expresión de la energía cinética de un satélite en órbita circular alrededor de un planeta en función del radio de la órbita y de las masas del satélite y del planeta.

(b) Demostrar que la energía mecánica del satélite es la mitad de su energía potencial.

(Junio 2005)

13. Se consideran dos planetas esféricos del mismo radio, R , y masas, M_1 y M_2 , siendo $M_2 = 2 M_1$. Determinar: **(a)** La relación entre las intensidades del campo gravitatorio en la superficie de ambos planetas. **(b)** La relación entre las velocidades de escape desde la superficie de ambos planetas.

(Sept. 2005)

14. Llamando g_0 y V_0 a la intensidad de campo gravitatorio y al potencial gravitatorio en la superficie terrestre respectivamente, determinar en función del radio de la Tierra: **(a)** La altura sobre la superficie terrestre a la cual la intensidad de campo gravitatorio es $g_0/2$. **(b)** La altura sobre la superficie terrestre a la cual el potencial gravitatorio es $V_0/2$.

(Junio 2006)

15. **(a)** Desde la superficie de la Tierra se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una velocidad v . Si se desprecia el rozamiento, calcular el valor de v necesario para que el objeto alcance una altura igual al radio de la Tierra.

(b) Si se lanza el objeto desde la superficie de la Tierra con una velocidad doble a la calculada en el apartado anterior, ¿escapará o no del campo gravitatorio terrestre?

DATOS: $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$; $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ U.I.}$

(Sept. 2006)

16. Un objeto de 5 kg de masa posee una energía potencial gravitatoria $E_p = -2 \times 10^8 \text{ J}$ cuando se encuentra a cierta distancia de la Tierra. **(a)** Si el objeto a esa distancia estuviera describiendo una órbita circular, ¿cuál sería su energía mecánica? **(b)** Si la velocidad del objeto a esa distancia fuese de 9 km/s, ¿cuál sería su energía mecánica? ¿Podría el objeto estar describiendo una órbita elíptica en este caso?

(Junio 2007)

17. Sabiendo que la aceleración de la gravedad en un movimiento de caída libre en la superficie de la Luna es un sexto de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra y que el radio de la Luna es aproximadamente $0,27 R_T$ (siendo R_T el radio terrestre), calcular: **(a)** La relación entre las densidades medias ρ_L/ρ_T . **(b)** La relación entre las velocidades de escape de un objeto desde sus respectivas superficies $(v_e)_L/(v_e)_T$

(Junio 2007)

18. **(a)** ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta esférico cuyo radio es la mitad del de la Tierra y posee la misma densidad media? **(b)** ¿Cuál sería el periodo (en horas y minutos) de la órbita circular de un satélite situado a una altura de 400 km respecto a la superficie del planeta?
 DATO: $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$; $R_T = 6371 \text{ km}$ *(Sept. 2007)*
19. Una sonda de masa 5000 kg se encuentra en una órbita circular a una altura sobre la superficie terrestre de $1,5 R_T$. Determinar: **(a)** El momento angular de la sonda en esa órbita respecto al centro de la Tierra. **(b)** La energía que hay que comunicar a la sonda para que escape del campo gravitatorio terrestre desde esa órbita.
 DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ U.I.}$; $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$ *(Junio 2008)*
20. Un satélite artificial de 500 kg que describe una órbita circular alrededor de la Tierra se mueve con una velocidad de 6,5 km/s. Calcular: **(a)** La energía mecánica del satélite. **(b)** La altura sobre la superficie de la Tierra a la que se encuentra.
 DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ U.I.}$; $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$ *(Junio 2009)*
21. Razonar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:
(a) El valor de la velocidad de escape de un objeto lanzado desde la superficie de la Tierra depende del valor de la masa del objeto.
(b) En el movimiento elíptico de un planeta en torno al Sol, la velocidad del planeta en el perihelio (posición más próxima al Sol) es mayor que la velocidad en el afelio (posición más alejada del Sol). *(Sept. 2009)*
22. **(a)** ¿Cuál es el periodo de un satélite artificial que gira alrededor de la Tierra en una órbita circular cuyo radio es un cuarto del radio de la órbita lunar? **(b)** ¿Cuál es la relación entre la velocidad del satélite y la velocidad de Luna en sus respectivas órbitas?
 DATO: Periodo de la órbita lunar $T_L = 27,32 \text{ días}$ *(Junio 2010)*
23. **(a)** A partir de su significado físico, deducir la expresión de la velocidad de escape de un cuerpo desde la superficie terrestre en función de la masa y el radio del planeta.
(b) Sabiendo que la intensidad del campo gravitatorio en la Luna es $1/6$ la de la Tierra, obtener la relación entre las velocidades de escape de ambos astros.
 DATO: $R_T = 3,66 R_L$ *(Junio 2010)*
24. Considerando que la órbita de la Luna alrededor de la Tierra es una órbita circular, deducir:
(a) La relación entre la energía potencial gravitatoria y la energía cinética de la Luna en su órbita. **(b)** La relación entre el periodo orbital y el radio de la órbita descrita por la Luna. *(Sept. 2010)*
25. Un asteroide está situado en una órbita circular alrededor de una estrella y tiene una energía total de -10^{10} J . Determinar: **(a)** La relación que existe entre las energías potencial y cinética del asteroide. **(b)** Los valores de ambas energías potencial y cinética. *(Sept. 2010)*
26. Dos satélites de masas m_A y m_B describen sendas órbitas circulares alrededor de la Tierra, siendo sus radios orbitales r_A y r_B respectivamente. Contestar razonadamente a las siguientes preguntas: **(a)** Si $m_A = m_B$ y $r_A > r_B$, ¿cuál de los dos satélites tiene mayor energía cinética? **(b)** Si los dos satélites estuvieran en la misma órbita ($r_A = r_B$) y tuviesen distinta masa ($m_A < m_B$), ¿cuál de los dos tendría mayor energía cinética? *(Junio 2011)*

27. (a) Expresar la aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta en función de la masa del planeta, de su radio y de la constante de gravitación universal G . (b) Si la aceleración de la gravedad sobre la superficie terrestre vale $9,8 \text{ m/s}^2$, calcular la aceleración de la gravedad a una altura sobre la superficie terrestre igual al radio de la Tierra. (Sept. 2011)
28. Se ha descubierto un planeta esférico de 4100 km de radio y con una aceleración de la gravedad en su superficie de $7,2 \text{ m/s}^2$. (a) Calcular la masa del planeta. (b) Calcular la energía mínima necesaria que hay que comunicar a un objeto de 3 kg de masa para lanzarlo desde la superficie del planeta y situarlo a 1000 km de altura de la superficie, en una órbita circular en torno al mismo.
DATO: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ U.I.}$ (Junio 2012)
29. Un satélite artificial está situado en una órbita circular en torno a la Tierra a una altura de su superficie de 2500 km . Si el satélite tiene una masa de 1100 kg : (a) Calcular la energía cinética del satélite y su energía mecánica total. (b) Calcular el módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra.
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ U.I.}$; $R_T = 6370 \text{ km}$; $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$. (Junio 2012)
30. La masa del Sol es 333183 veces mayor que la de la Tierra y la distancia que separa sus centros es de $1,5 \times 10^8 \text{ km}$. Determinar si existe algún punto a lo largo de la línea que los une en el que se anule: (a) El potencial gravitatorio. En caso afirmativo, calcular su distancia a la Tierra. (b) El campo gravitatorio. En caso afirmativo, calcular su distancia a la Tierra. (Junio 2014)
31. El planeta A tiene tres veces más masa que el planeta B y cuatro veces su radio. Obtener: (a) La relación entre las velocidades de escape desde las superficies de ambos planetas. (b) La relación entre las aceleraciones gravitatorias en las superficies de ambos planetas. (Junio 2014)
32. La Tierra tiene un diámetro $2,48$ veces mayor que el de Titán y su masa es $44,3$ veces mayor. Considerando que ambos astros son esféricos, calcular: (a) El valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de Titán. (b) La relación entre las velocidades de escape en Titán y en la Tierra.
DATO: $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$ (Junio 2014)
33. Un planeta de igual masa que la Tierra, describe una órbita circular de radio R , de un año terrestre de duración, alrededor de una estrella de masa M tres veces superior a la del Sol. (a) Obtener la relación entre: el radio R de la órbita del planeta, su periodo de revolución T , la constante de la gravitación universal G , y la masa M de la estrella alrededor de la cual orbita. (b) Calcular el cociente entre los radios de las órbitas de este planeta y de la Tierra. (Junio 2015)
34. Dos planetas, A y B, tienen el mismo radio. La aceleración gravitatoria en la superficie del planeta A es tres veces superior a la aceleración gravitatoria en la superficie del planeta B. Calcular: (a) La relación entre las densidades de los dos planetas. (b) La velocidad de escape desde la superficie del planeta B si se sabe que la velocidad de escape desde la superficie del planeta A es de 2 km/s . (Junio 2015)

35. Un cuerpo esférico de densidad uniforme con un diámetro de $6,0 \times 10^5$ km presenta una aceleración de la gravedad sobre su superficie de 125 m/s^2 . **(a)** Determinar la masa de dicho cuerpo. **(b)** Si un objeto describe una órbita circular concéntrica con el cuerpo esférico y un periodo de 12 h, ¿cuál será el radio de dicha órbita?
DATO: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. *(Junio 2015)*

36. En la superficie de un planeta esférico, de radio $2R_T$ la aceleración de la gravedad es idéntica a la que se mide en la superficie terrestre. **(a)** Determinar la masa del planeta en función de la masa de la Tierra. **(b)** Comparar las energías mínimas necesarias para situar un objeto a una altura $h = R_T$, desde la superficie de la Tierra y desde la superficie de dicho planeta. *(Junio 2015)*

37. Un planeta esférico tiene de masa el doble de la masa de la Tierra, y la longitud de su circunferencia ecuatorial mide la mitad de la de la Tierra. Calcular: **(a)** La relación que existe entre la velocidad de escape en la superficie de dicho planeta con respecto a la velocidad de escape en la superficie de la Tierra. **(b)** La aceleración de la gravedad en la superficie del planeta.
DATO: $g_T = 9,8 \text{ m/s}^2$ *(Junio 2016)*

Tema 5. Campo gravitatorio terrestre

PROBLEMAS

1. Un satélite artificial de la Tierra, de masa 10000 kg, tiene una velocidad de 4,2 km/s en una determinada órbita circular. Hallar: (a) el radio de la órbita; (b) el trabajo necesario para colocarlo en la órbita; (c) su periodo (en horas y minutos); (d) el trabajo realizado por el satélite en una vuelta.
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. ; $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6370$ km (Sept. 1995)
2. Un satélite de 2000 kg de masa describe una órbita ecuatorial circular alrededor de la Tierra de 8000 km de radio. Determinar: (a) su momento angular respecto al centro de la órbita; (b) sus energías cinética, potencial y total.
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. ; $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg (Junio 1996)
3. El vehículo espacial Apolo VIII estuvo en órbita circular alrededor de la Luna 113 km por encima de su superficie. Calcular: (a) el periodo del movimiento (en horas y minutos); (b) las velocidades lineal y angular del vehículo (esta última en vueltas por día); (c) la velocidad de escape a la atracción lunar desde esa posición.
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $M_L = 7,36 \times 10^{22}$ kg; $R_L = 1740$ km (Sept. 1996)
4. Una sonda espacial se encuentra "estacionada" en una órbita circular terrestre a una altura sobre la superficie de $2,26 R_T$, donde R_T es el radio de la Tierra. (a) Calcular la velocidad de la sonda en la órbita de estacionamiento. (b) Comprobar que la velocidad que la sonda necesita a esa altura para escapar de la atracción de la Tierra es aproximadamente 6,2 km/s.
DATOS: $g_0 = 9,80$ m/s²; $R_T = 6370$ km (Junio 1997)
5. Al satélite artificial Sputnik I se le atribuye una órbita circular en torno a la Tierra de radio medio $6,97 \times 10^3$ km, tardando 96,2 minutos en dar una vuelta completa. Sabiendo que el Sputnik III describe una órbita con un periodo de 106 minutos: (a) calcular la distancia media al centro de la Tierra del Sputnik III; (b) ¿cómo se debería modificar esta distancia para que la órbita fuera geostacionaria? (Junio 1998)
6. La nave espacial Lunar Prospector permanece en órbita circular alrededor de la Luna a una altura de 100 km sobre su superficie. Determinar:
(a) La velocidad lineal de la nave y el periodo del movimiento (en horas y minutos).
(b) La velocidad de escape a la atracción lunar desde esa órbita.
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $M_L = 7,36 \times 10^{22}$ kg; $R_L = 1740$ km (Junio 1998)
7. Si se considera que la Tierra tiene forma esférica, con un radio aproximado de 6400 km, determinar: (a) la relación existente entre las intensidades del campo gravitatorio sobre la superficie terrestre y a una altura de 144 km por encima de la misma; (b) la variación de energía cinética de un cuerpo de 100 kg de masa al caer libremente desde la altura de 144 km hasta 72 km por encima de la superficie terrestre.
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg (Sept. 1998)
8. Se coloca un satélite meteorológico de 1000 kg de masa en órbita circular, a 300 km sobre la superficie terrestre. Determinar:
(a) La velocidad lineal, la aceleración radial y el periodo de la órbita (en horas y minutos).
(b) El trabajo que se requiere para poner en órbita el satélite.
DATOS: $g_0 = 9,8$ m/s²; $R_T = 6370$ km (Junio 1999)

9. La nave espacial Discovery, lanzada en Octubre de 1998, describía en torno a la Tierra una órbita circular con una velocidad de 7,62 km/s. **(a)** ¿A qué altura se encontraba? **(b)** ¿Cuál era su periodo (en horas y minutos)? ¿Cuántos amaneceres contemplaban cada 24 horas los astronautas que viajaban en el interior de la nave?
 DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6370$ km (Sept. 1999)
10. Se pone en órbita un satélite artificial de 600 kg a una altura de 1200 km sobre la superficie de la Tierra. Si el lanzamiento se ha realizado desde el nivel del mar, calcular:
(a) ¿cuánto ha aumentado la energía potencial gravitatoria del satélite?
(b) ¿qué energía adicional hay que suministrar al satélite para que escape a la acción del campo gravitatorio terrestre desde esa órbita?
 DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6370$ km (Junio 2000)
11. Un satélite artificial de 200 kg, gira en una órbita circular a una altura h sobre la superficie de la Tierra. Sabiendo que a esa altura el valor de la aceleración de la gravedad es la mitad del valor que tiene en la superficie terrestre, averiguar: **(a)** La velocidad del satélite. **(b)** Su energía mecánica.
 DATOS: $g_0 = 9,8$ m/s²; $R_T = 6370$ km (Sept. 2000)
12. Dos satélites artificiales de la Tierra, S_1 y S_2 , describen en un sistema de referencia geocéntrico dos órbitas circulares, contenidas en un mismo plano, de radios $R_1 = 8000$ km y $R_2 = 9034$ km respectivamente. En un instante inicial dado, los satélites están alineados con el centro de la Tierra y situados del mismo lado. **(a)** ¿Qué relación existe entre las velocidades orbitales de ambos satélites? **(b)** ¿Qué relación existe entre los periodos orbitales de los satélites? ¿Qué posición ocupará el satélite S_2 cuando el satélite S_1 haya completado seis vueltas, desde el instante inicial? (Junio 2001)
13. La velocidad angular con la que un satélite artificial describe una órbita circular en torno al planeta Venus es $\omega_1 = 1,45 \times 10^{-4}$ rad/s y su momento angular respecto al centro de la órbita es $L_1 = 2,2 \times 10^{12}$ kgm²/s. **(a)** Determinar el radio r_1 de la órbita del satélite y su masa. **(b)** ¿Qué energía sería preciso invertir para cambiar a otra órbita circular con velocidad angular $\omega_2 = 10^{-4}$ rad/s?
 DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; Masa de Venus $M_V = 4,87 \times 10^{24}$ kg (Junio 2002)
14. Se pretende colocar un satélite artificial de forma que gire en una órbita circular en el plano del ecuador terrestre y en el sentido de rotación de la Tierra. Si se quiere que el satélite pase periódicamente sobre un punto del ecuador cada dos días, calcular: **(a)** La altura sobre la superficie terrestre a la que hay que colocar el satélite. **(b)** La relación entre la energía que hay que comunicar a dicho satélite desde el momento de su lanzamiento en la superficie terrestre para colocarlo en esa órbita y la energía mínima de escape.
 DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6370$ km (Sept. 2002)
15. Júpiter tiene aproximadamente una masa 320 veces mayor que la de la Tierra y un volumen 1320 veces superior al de la Tierra. Determinar: **(a)** A qué altura h sobre la superficie de Júpiter debería encontrarse un satélite, en órbita circular en torno a este planeta, para que tuviera un periodo de 9 horas 50 minutos. **(b)** La velocidad del satélite en dicha órbita.
 DATOS: $R_T = 6370$ km; $g_0 = 9,8$ m/s² (Junio 2003)

16. Un satélite artificial de 100 kg de masa se encuentra girando alrededor de la Tierra en una órbita circular de 7100 km de radio. Determinar: (a) El periodo de revolución del satélite (en horas y minutos). (b) El momento lineal y el momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra. (c) La variación de energía potencial que ha experimentado el satélite al elevarlo desde la superficie de la Tierra hasta esa posición. (d) Las energías cinética y total del satélite.

DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6370$ km (Sept. 2003)

17. La sonda espacial Mars Odissey describe una órbita en torno a Marte a una altura sobre su superficie de 400 km. Sabiendo que un satélite de Marte describe órbitas circulares de 9390 km de radio y tarda en cada una de ellas 7,7 h, calcular:

(a) El tiempo que tardará la sonda espacial en dar una vuelta completa.

(b) La masa de Marte y la aceleración de la gravedad en su superficie.

DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $R_M = 3390$ km (Junio 2004)

18. Un planeta esférico tiene 3200 km de radio y la aceleración de la gravedad en su superficie es $6,2 \text{ m/s}^2$. Calcular: (a) La densidad media del planeta y la velocidad de escape desde su superficie. (b) La energía que hay que comunicar a un objeto de 50 kg de masa para lanzarlo desde la superficie del planeta y ponerlo en órbita circular alrededor del mismo, de forma que su periodo sea de 2 horas.

DATO: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. (Sept. 2004)

19. Un satélite artificial de la Tierra de 100 kg de masa describe una órbita circular a una altura de 655 km. Calcular: (a) El periodo de la órbita (en horas y minutos). (b) La energía mecánica del satélite. (c) El módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra. (d) El cociente entre los valores de la intensidad de campo gravitatorio terrestre en el satélite y en la superficie de la Tierra.

DATOS: $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6,37 \times 10^6$ m; $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. (Junio 2005)

20. Desde la superficie terrestre se lanza un satélite de 400 kg de masa hasta situarlo en una órbita circular a una distancia del centro de la Tierra igual a las $7/6$ partes del radio terrestre. Calcular: (a) La intensidad de campo gravitatorio terrestre en los puntos de la órbita del satélite. (b) La velocidad y el periodo (en horas y minutos) que tendrá el satélite en la órbita. (c) La energía mecánica del satélite en la órbita. (d) La variación de la energía potencial que ha experimentado el satélite al elevarlo desde la superficie de la Tierra hasta situarlo en su órbita.

DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6,37 \times 10^6$ m (Sept. 2005)

21. Se lanza una nave de masa $m = 5000$ kg desde la superficie de un planeta de radio $R = 6000$ km y masa $M_1 = 4 \times 10^{24}$ kg, con velocidad inicial $v_0 = 2 \times 10^4$ m/s, en dirección hacia otro planeta del mismo radio $R_2 = R_1$ y masa $M_2 = 2 M_1$, siguiendo la línea recta que une los centros de ambos planetas. Si la distancia entre dichos centros es $D = 4,83 \times 10^{10}$ m, determinar: (a) La posición del punto P en el que la fuerza neta sobre la nave es cero. (b) La energía cinética con la que llegará la nave a la superficie del segundo planeta.

DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. (Junio 2006)

22. Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra. En esta órbita la energía mecánica del satélite es $-4,5 \times 10^9$ J y su velocidad es 7610 m/s. Calcular: (a) El módulo del momento lineal del satélite y el módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra. (b) El periodo de la órbita (en horas y minutos) y la altura a la que se encuentra el satélite.
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6370$ km (Junio 2006)
23. Fobos es un satélite de Marte que gira en una órbita circular de 9380 km de radio, respecto al centro del planeta, con un periodo de revolución de 7,65 horas. Otro satélite de Marte, Deimos, gira en una órbita de 23460 km de radio. Determinar: (a) La masa de Marte. (b) El periodo de revolución del satélite Deimos (en horas y minutos). (c) La energía mecánica del satélite Deimos. (d) El módulo del momento angular de Deimos respecto al centro de Marte.
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; Masa de Deimos = $2,4 \times 10^{15}$ kg (Junio 2007)
24. Un satélite de masa 20 kg se coloca en órbita circular sobre el ecuador terrestre de modo que su radio se ajusta para que dé una vuelta a la Tierra cada 24 horas. Así se consigue que siempre se encuentre sobre el mismo punto respecto a la Tierra (satélite geostacionario). (a) ¿Cuál debe ser el radio de su órbita? (b) ¿Cuánta energía es necesaria para situarlo en dicha órbita?
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6371$ km (Sept. 2007)
25. Un satélite artificial de 200 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra. La velocidad de escape a la atracción terrestre desde esa órbita es la mitad que la velocidad de escape desde la superficie terrestre. (a) Calcular la fuerza de atracción entre la Tierra y el satélite. (b) Calcular el potencial gravitatorio en la órbita del satélite. (c) Calcular la energía mecánica del satélite en la órbita. (d) ¿Se trata de un satélite geostacionario? Justificar la respuesta.
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6,37 \times 10^6$ m (Junio 2008)
26. Un satélite artificial de 100 kg se mueve en una órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad de 7,5 km/s. Calcular: (a) El radio de la órbita. (b) La energía potencial del satélite. (c) La energía mecánica del satélite. (d) La energía que habría que suministrar al satélite para que cambiase a otra órbita circular con radio doble que el de la órbita anterior.
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6,37 \times 10^6$ m (Sept. 2008)
27. Desde un punto de la superficie terrestre se lanza verticalmente hacia arriba un objeto de 100 kg que llega hasta una altura de 300 km. Determinar: (a) La velocidad de lanzamiento. (b) La energía potencial del objeto a esa altura.
Si estando situado a la altura de 300 km, queremos convertir el objeto en satélite de forma que se ponga en órbita circular alrededor de la Tierra, (c) ¿Qué energía adicional habrá que comunicarle? (d) ¿Cuál será la velocidad y el periodo del satélite en esa órbita?
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6370$ km (Junio 2010)
28. Io, un satélite de Júpiter, tiene una masa de $8,9 \times 10^{22}$ kg, un periodo orbital de 1,77 días, y un radio medio orbital de $4,22 \times 10^8$ m. Considerando que la órbita es circular con este radio, determinar: (a) La masa de Júpiter. (b) La intensidad del campo gravitatorio, debida a Júpiter, en los puntos de la órbita de Io. (c) La energía cinética de Io en su órbita. (d) El módulo del momento angular de Io respecto al centro de su órbita.
DATO: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. (Junio 2010)

29. Un satélite artificial de 1000 kg de masa describe una órbita circular de 12000 km de radio alrededor de la Tierra. Calcular: (a) El módulo del momento lineal y el módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra. ¿Cambian las direcciones de estos vectores al cambiar la posición del satélite en su órbita? (b) El periodo (en horas y minutos) y la energía mecánica del satélite en la órbita.
DATOS: $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. (Junio 2010)
30. Un planeta tiene dos satélites, A y B, que describen órbitas circulares de radios 8400 km y 23500 km respectivamente. El satélite A, en su desplazamiento en torno al planeta, barre un área de 8210 km² en un segundo. Sabiendo que la fuerza que ejerce el planeta sobre el satélite A es 37 veces mayor que sobre el satélite B: (a) Determinar el periodo del satélite A. (b) Hallar la masa del planeta. (c) Obtener la relación entre las energías mecánicas de ambos satélites. (d) Calcular el vector momento angular del satélite A, si tiene una masa de $1,08 \times 10^{16}$ kg. (Junio 2010)
31. Un planeta orbita alrededor de una estrella de masa M. La masa del planeta es $m = 10^{24}$ kg y su órbita es circular de radio $R = 10^8$ km y periodo $T = 3$ años terrestres. Determinar: (a) La masa M de la estrella. (b) La energía mecánica del planeta. (c) El módulo del momento angular del planeta respecto al centro de la estrella. (d) La velocidad angular de un segundo planeta que describiese una órbita circular de radio igual a 2 R alrededor de la estrella.
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. Considerar 1 año terrestre = 365 días (Junio 2011)
32. Sabiendo que el periodo de revolución lunar es de 27,32 días y que el radio de la órbita es $R_0 = 3,84 \times 10^8$ m, calcular: (a) La constante de gravitación universal, G (obtener su valor a partir de los datos del problema). (b) La fuerza que la Luna ejerce sobre la Tierra y la de la Tierra sobre la Luna. (c) El trabajo necesario para llevar un objeto de 5000 kg desde la Tierra hasta la Luna. (Despreciar los radios de la Tierra y de la Luna, en comparación con su distancia). (d) Si un satélite se sitúa entre la Tierra y la Luna a una distancia de la Tierra de $R_0/4$, ¿Cuál es la relación de fuerzas debidas a la Tierra y a la Luna?
DATOS: $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $M_L = 7,35 \times 10^{22}$ kg; $R_T = 6,37 \times 10^6$ m; $R_L = 1,74 \times 10^6$ m (Junio 2011)
33. Una sonda espacial de masa $m = 1000$ kg se encuentra situada en una órbita circular alrededor de la Tierra de radio $r = 2,26 R_T$. (a) Calcular la velocidad de la sonda en esa órbita. (b) ¿Cuánto vale su energía potencial? (c) ¿Cuánto vale su energía mecánica? (d) ¿Qué energía hay que comunicar a la sonda para alejarla desde dicha órbita hasta el infinito?
DATOS: $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6,37 \times 10^6$ m; $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. (Sept. 2011)
34. Un satélite de masa m gira alrededor de la Tierra describiendo una órbita circular a una altura de 2×10^4 km sobre su superficie. (a) Calcular la velocidad orbital del satélite alrededor de la Tierra. (b) Suponer que la velocidad del satélite se anula repentina e instantáneamente y éste empieza a caer sobre la Tierra. Calcular la velocidad con la que llegaría el satélite a la superficie de la misma. Considerar despreciable el rozamiento del aire.
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6,37 \times 10^6$ m (Junio 2012)
35. Una nave espacial de 3000 kg de masa describe, en ausencia de rozamiento, una órbita circular en torno a la Tierra a una distancia de $2,5 \times 10^4$ km de su superficie. Calcular: (a) El periodo de revolución de la nave espacial alrededor de la Tierra (en horas y minutos). (b) Las energías cinética y potencial de la nave en dicha órbita.
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6,37 \times 10^6$ m (Junio 2012)

36. Un satélite artificial de 400 kg describe una órbita circular de radio $5/2 R_T$ alrededor de la Tierra. Determinar: (a) El trabajo que hay que realizar para llevar al satélite desde la órbita circular de radio $5/2 R_T$ a otra órbita circular de radio $5 R_T$ y mantenerlo en dicha órbita. (b) El periodo de rotación del satélite (expresado en horas y minutos) en la órbita de radio $5 R_T$.
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6,37 \times 10^6$ m (Sept. 2012)
37. La aceleración de la gravedad en la Luna es 0,166 veces la aceleración de la gravedad en la Tierra y el radio de la Luna es 0,273 veces el radio de la Tierra. Despreciando la influencia de la Tierra y utilizando exclusivamente los datos aportados, determinar: (a) La velocidad de escape de un cohete que abandona la Luna desde su superficie. (b) La altura (en km) de un satélite que describe una órbita circular en torno a la Luna si su velocidad es de 1,5 km/s.
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6,37 \times 10^6$ m (Sept. 2012)
38. Una nave espacial de 800 kg de masa describe una órbita circular de 6000 km de radio alrededor de un planeta. Sabiendo que la energía mecánica de la nave es $E_M = -3,27 \times 10^8$ J, determinar: (a) La masa del planeta. (b) El periodo de la nave en su órbita, expresado en horas y minutos.
DATO: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. (Junio 2013)
39. Calcular: (a) La densidad media del planeta Mercurio, sabiendo que posee un radio de 2440 km y una intensidad de campo gravitatorio en su superficie de 3,7 N/kg. (b) La energía necesaria para enviar una nave espacial de 5000 kg de masa desde la superficie del planeta a una órbita en la que el valor de la intensidad de campo gravitatorio sea la cuarta parte de su valor en la superficie.
DATO: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. (Junio 2013)
40. Un satélite de masa 800 kg orbita alrededor de la Luna con una velocidad angular de $4,33 \times 10^{-4}$ rad/s. Despreciando rozamientos, determinar: (a) La altura, medida desde la superficie de la Luna, a la que se encuentra el satélite orbitando, así como su periodo de revolución alrededor de la misma. (b) La energía mecánica del satélite a dicha altura.
DATOS: $R_L = 1740$ km; $M_L = 7,35 \times 10^{22}$ kg. (Junio 2013)
41. Sobre la superficie de la Tierra y a nivel del mar se coloca un péndulo simple de longitud $L = 2$ m y se obtiene experimentalmente un valor de la aceleración local de la gravedad $g_0 = 9,81$ m/s². El experimento se realiza haciendo oscilar el péndulo en régimen de pequeñas oscilaciones. (a) Calcular la constante de Gravitación Universal y el periodo del péndulo cuando se encuentra oscilando a nivel del mar. (b) Repetimos el experimento en la cima de una montaña de 8 km de altura. Calcular la aceleración local de la gravedad en ese punto, así como la longitud que tendría que tener el péndulo para que su periodo fuese el mismo que el que tiene a nivel del mar.
DATOS: $M_T = 5,97 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6370$ km. (Junio 2013)
42. Dos satélites describen órbitas circulares alrededor de un planeta cuyo radio es de 3000 km. El primero de ellos orbita a 1000 km de la superficie del planeta y su periodo orbital es de 2 h. La órbita del segundo tiene un radio 500 km mayor que la del primero. Calcular: (a) El módulo de la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta. (b) El periodo orbital del segundo satélite, expresado en horas y minutos. (Sept. 2013)

43. Dos planetas, A y B, tienen la misma densidad. El planeta A tiene un radio de 3500 km y el planeta B un radio de 3000 km. Calcular: (a) La relación que existe entre las aceleraciones de la gravedad en la superficie de cada planeta. (b) La relación entre las velocidades de escape en cada planeta. *(Sept. 2013)*
44. Un proyectil de masa 2 kg se lanza verticalmente desde la superficie terrestre de tal manera que alcanza una altura máxima, con respecto a la superficie terrestre, de 500 km. Despreciando el rozamiento con el aire, calcular: (a) La velocidad del cuerpo en el momento del lanzamiento. Comparar dicha velocidad con la velocidad de escape desde la superficie terrestre. (b) La altura a la que se encuentra el proyectil cuando su velocidad se ha reducido en un 10 % con respecto a su velocidad de lanzamiento.
DATOS: $R_T = 6,37 \times 10^6$ m; $M_T = 5,97 \times 10^{24}$ kg; $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. *(Junio 2014)*
45. Un satélite artificial de masa 100 kg describe una órbita circular alrededor de cierto planeta. La energía mecánica del satélite en dicha órbita es de -5×10^7 J y su periodo de revolución es de 24 horas. Calcular: (a) El radio de la órbita. (b) La masa del planeta. *(Junio 2014)*
46. Un satélite describe una órbita circular alrededor de un planeta desconocido con un periodo de 24,7 h. La aceleración de la gravedad en la superficie del planeta es $3,71$ m/s² y su radio es 3393 km. Determinar: (a) El radio de la órbita. (b) La velocidad de escape desde la superficie del planeta. *(Sept. 2014)*
47. Un planeta esférico tiene una densidad uniforme $\rho = 1,33$ g/mL y un radio de 71500 km. Determinar: (a) El valor de la aceleración de la gravedad en su superficie. (b) La velocidad de un satélite que orbita alrededor del planeta en una órbita circular con un periodo de 73 horas.
DATO: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. *(Sept. 2014)*
48. Dos lunas que orbitan alrededor de un planeta desconocido, describen órbitas circulares concéntricas con el planeta y tienen periodos orbitales de 42 h y 171,6 h. A través de la observación directa, se sabe que el diámetro de la órbita que describe la luna más alejada del planeta es de $2,14 \times 10^6$ km. Despreciando el efecto gravitatorio de una luna sobre la otra, determinar: (a) La velocidad orbital de la luna exterior y el radio de la órbita de la luna interior. (b) La masa del planeta y la aceleración de la gravedad sobre su superficie si tiene un diámetro de $2,4 \times 10^4$ km.
DATO: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. *(Junio 2015)*
49. La estación espacial internacional está describiendo una órbita circular alrededor de la Tierra, a una altura de 370 km. Si su peso en la superficie terrestre es de $4,41 \times 10^6$ N, determinar: (a) La fuerza con que la Tierra atrae a la estación en la órbita. (b) La energía necesaria para cambiar la estación espacial de la órbita inicial a una órbita a 400 km de altura.
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $M_T = 5,97 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6370$ km *(Junio 2015)*
50. Se quiere situar un satélite de 1000 kg de masa a una altura $h = R_T$, respecto de la superficie de la Tierra. Determinar: (a) La energía cinética mínima requerida para situar el satélite a la altura $h = R_T$. (b) La energía cinética adicional requerida para que se mantenga en órbita circular a dicha altura.
DATOS: $R_T = 6370$ km; $M_T = 5,97 \times 10^{24}$ kg. *(Junio 2015)*

51. Una nave espacial aterriza en un planeta desconocido. Tras varias mediciones se observa que el planeta tiene forma esférica, la longitud de su circunferencia ecuatorial mide 2×10^5 km y la aceleración de la gravedad en su superficie vale 3 m/s^2 . (a) ¿Qué masa tiene el planeta? (b) Si la nave se coloca en una órbita circular a 30.000 km sobre la superficie del planeta, ¿cuántas horas tardará en dar una vuelta completa al mismo?
DATO: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. (Sept. 2015)
52. El radio de uno de los asteroides, de forma esférica, perteneciente a los anillos de Saturno es de 5 km. Suponiendo que la densidad de dicho asteroide es uniforme y de valor $5,5 \text{ g/cm}^3$, calcular: (a) La aceleración de la gravedad en su superficie. (b) La velocidad de escape desde la superficie del asteroide.
DATO: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. (Sept. 2015)
53. Titania, satélite del planeta Urano, describe una órbita circular en torno al planeta. Las aceleraciones de la gravedad en la superficies de Urano y de Titania son $g_U = 8,69 \text{ m/s}^2$ y $g_T = 0,37 \text{ m/s}^2$, respectivamente. Un haz de luz emitido desde la superficie de Urano tarda 1,366 s en llegar a la superficie de Titania. Determinar: (a) Los radios de Titania y de Urano. (b) La distancia entre el centro de ambos cuerpos. (c) El tiempo que tarda Titania, expresado en días y horas terrestres, en dar una vuelta completa alrededor de Urano.
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$;
 $M_U = 8,69 \times 10^{25} \text{ kg}$; $M_T = 3,53 \times 10^{21} \text{ kg}$. (Junio 2016)
54. Un satélite artificial de 100 kg de masa describe órbitas circulares a una altura de 6000 km sobre la superficie de la Tierra. Determinar: (a) El tiempo que tarda en dar una vuelta completa. (b) El peso del satélite a esa altura.
DATOS: $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$; $R_T = 6400 \text{ km}$ (Junio 2016)
55. Desde la superficie de la Tierra se lanza un cuerpo de masa m verticalmente hacia arriba. Despreciando el rozamiento con la atmósfera determinar: (a) La altura que alcanza sobre la superficie de la Tierra si la velocidad de lanzamiento es de 8 km/s. (b) La velocidad que hay que comunicarle desde la superficie de la Tierra para que orbite a una altura igual al radio de la Tierra.
DATOS: $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$; $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. (Junio 2016)
56. Un astronauta utiliza un muelle de constante elástica $k = 327 \text{ N/m}$ para determinar la aceleración de la gravedad en la Tierra y en Marte. El astronauta coloca en posición vertical el muelle y cuelga de uno de sus extremos una masa de 1 kg hasta alcanzar el equilibrio. Observa que en la superficie de la Tierra el muelle se alarga 3 cm y en la de Marte sólo 1,13 cm. (a) Si el astronauta tiene una masa de 90 kg, determinar la masa adicional que debe añadirse para que su peso en Marte sea igual que en la Tierra. (b) Calcular la masa de la Tierra suponiendo que es esférica.
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $R_T = 6370 \text{ km}$. (Junio 2016)
57. Desde la superficie de un planeta de masa $6,42 \times 10^{23} \text{ kg}$ y radio 4500 km se lanza verticalmente hacia arriba un objeto. (a) Determinar la altura máxima que alcanza el objeto si es lanzado con una velocidad inicial de 2 km/s. (b) En el punto más alto se le transfiere el momento lineal adecuado para que describa una órbita circular a esa altura. ¿Qué velocidad tendrá el objeto en dicha órbita circular?
DATO: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I. (Sept. 2016)

58. Una estrella gira alrededor de un objeto estelar con un periodo de 28 días terrestres siguiendo una órbita circular de radio $0,45 \times 10^8$ km. (a) Determinar la masa del objeto estelar. (b) Si el diámetro del objeto estelar es 200 km, ¿cuál será el valor de la gravedad en su superficie?

DATO: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.

(Sept. 2016)

Tema 6. El campo eléctrico

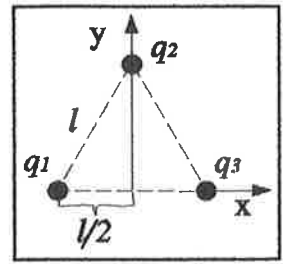
CUESTIONES

1. Se acelera desde el reposo un haz de electrones sometiéndoles a una diferencia de potencial de 1000 V. Calcular: **(a)** la energía cinética adquirida por los electrones. **(b)** la longitud de onda de De Broglie asociada a dichos electrones.
DATOS: $m_e = 9,109 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $h = 6,626 \times 10^{-34}$ Js *(Junio 1996)*
2. **(a)** Definir los conceptos de: intensidad de campo, potencial, línea de fuerza y superficie equipotencial en un campo de fuerzas gravitatorio. **(b)** ¿Bajo qué ángulo cortan las líneas de fuerza a las superficies equipotenciales?. ¿Por qué?. *(Sept. 1996)*
3. ¿Puede existir diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos de una región en la cual la intensidad de campo eléctrico es nula?. ¿Qué relación general existe entre el vector intensidad de campo eléctrico y el potencial eléctrico?. *(Junio 1997)*
4. Si una carga eléctrica negativa se desplaza en un campo eléctrico uniforme a lo largo de una línea de fuerza bajo la acción de la fuerza del campo: **(a)** ¿cómo varía la energía potencial de la carga al pasar ésta desde un punto A a un punto B del campo?. **(b)** ¿dónde será mayor el potencial eléctrico del campo, en A o en B?. *(Sept. 1997)*
5. **(a)** ¿Cómo varía la fuerza que ejercen entre sí dos partículas de masa m y de carga $+q$, separadas una distancia d , cuando se duplican simultáneamente su masa, su carga y la distancia de separación?. **(b)** Si la carga que posee cada partícula es de 1 C, ¿cuál ha de ser la masa para que la fuerza entre ellas sea nula?.
DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ U.I.; $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ U.I. *(Junio 1998)*
6. Dos cargas puntuales e iguales, de valor $2 \mu\text{C}$ cada una, se encuentran situadas en el plano XY en los puntos (0,5) y (0,-5) respectivamente, estando las distancias expresadas en metros. **(a)** ¿En qué punto del plano el campo eléctrico es nulo?. **(b)** ¿Cuál es el trabajo necesario para llevar una carga unidad desde el punto (1,0) al punto (-1,0)? *(Junio 2000)*
7. Se crea un campo eléctrico uniforme de intensidad 6×10^4 N/C entre dos láminas metálicas planas y paralelas que distan entre sí 2,5 cm. Calcular: **(a)** La aceleración a la que está sometido un electrón situado en dicho campo. **(b)** Si el electrón parte del reposo de la lámina negativa, ¿con qué velocidad llegará a la lámina positiva?.
NOTA: Se desprecia la fuerza gravitatoria
DATOS: $m_e = 9,109 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C *(Junio 2004)*
8. Dos cargas puntuales de $+6 \mu\text{C}$ y $-6 \mu\text{C}$ están situadas en el eje X, en dos puntos A y B distantes entre sí 12 cm. Determinar: **(a)** El vector campo eléctrico en el punto P de la línea AB, si $AP = 4$ cm y $PB = 8$ cm. **(b)** El potencial eléctrico en el punto C perteneciente a la mediatriz del segmento AB y distante 8 cm de dicho segmento. *(Junio 2005)*
9. Una carga puntual de valor Q ocupa la posición (0,0) del plano XY en el vacío. En un punto A del eje X el potencial es $V = -120$ V y el campo eléctrico es $E = -80 \mathbf{u}_x$ N/C. Si las coordenadas están dadas en metros, calcular: **(a)** La posición del punto A y el valor de Q. **(b)** El trabajo necesario para llevar un electrón desde el punto B (2,2) hasta el punto A.
DATO: $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C *(Junio 2006)*

10. Se disponen tres cargas de 10 nC en tres de los vértices de un cuadrado de 1 m de lado. Determinar en el centro del cuadrado: (a) El módulo, la dirección y el sentido del vector campo eléctrico. (b) El potencial eléctrico. (Sept. 2008)

11. Dos cargas puntuales iguales, de valor 2×10^{-6} C, están situadas respectivamente en los puntos (0,8) y (6,0). Si las coordenadas están expresadas en metros, determinar: (a) La intensidad del campo eléctrico en el origen de coordenadas (0,0). (b) El trabajo que es necesario realizar para llevar una carga $q = 3 \times 10^{-6}$ C desde el punto P (3,4), punto medio del segmento que une ambas cargas, hasta el origen de coordenadas. (Sept. 2010)

12. Se tienen tres cargas eléctricas situadas en los vértices de un triángulo equilátero de 25 cm de lado tal y como se muestra en la figura. Si $q_1 = q_2 = 5$ nC y $q_3 = -5$ nC.
 (a) Dibujar el diagrama de fuerzas de la carga q_3 debido a la presencia de q_1 y q_2 , y calcular el vector fuerza resultante que experimenta q_3 .
 (b) Calcular el trabajo necesario para llevar la carga q_3 desde el punto donde se encuentra a una distancia muy grande (considerar que la distancia es infinita).



(Sept. 2011)

13. Un electrón que se mueve con una velocidad $v = 2 \times 10^6 \mathbf{u}_x$ m/s penetra en una región en la que existe un campo eléctrico uniforme. Debido a la acción del campo, la velocidad del electrón se anula cuando éste ha recorrido 90 cm. Calcular, despreciando los efectos de la fuerza gravitatoria: (a) El módulo, la dirección y el sentido del campo eléctrico existente en dicha región. (b) El trabajo realizado por el campo eléctrico en el proceso de frenado del electrón.
 DATOS: $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,60 \times 10^{-19}$ C (Junio 2012)

14. Dos cargas puntuales $q_1 = 2$ mC y $q_2 = -4$ mC están colocadas en el plano XY en las posiciones (-1,0) m y (3,0) m, respectivamente: (a) Determinar en qué punto de la línea que une las cargas el potencial eléctrico es cero. (b) ¿Es nulo el campo eléctrico creado por las cargas en ese punto? Determinar su valor si procede. (Sept. 2012)

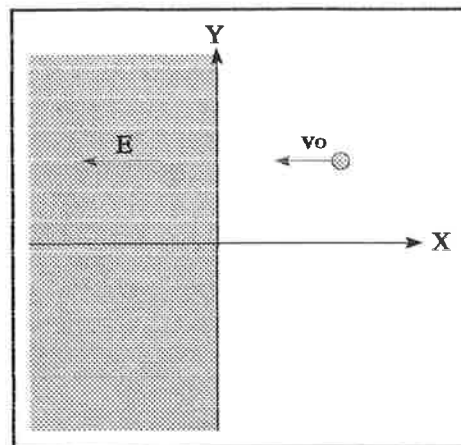
15. Dos cargas puntuales q_1 y q_2 están situadas en el eje X separadas por una distancia de 20 cm y se repelen con una fuerza de 2 N. Si la suma de las dos cargas es igual a $6 \mu\text{C}$, calcular: (a) El valor de las cargas q_1 y q_2 . (b) El vector campo eléctrico en el punto medio de la recta que une ambas cargas. (Junio 2013)

16. El campo eléctrico creado por una carga puntual q , situada en el origen de coordenadas, viene dado por la expresión: $E = \frac{9}{r^2} \mathbf{u}_r$ N/C, donde r se expresa en m y \mathbf{u}_r es un vector unitario dirigido en la dirección radial. Si el trabajo realizado para llevar una carga q' desde un punto A a otro B, que distan del origen 5 y 10 m, respectivamente, es de -9×10^{-6} J, determinar: (a) El valor de la carga puntual q que está situada en el origen de coordenadas. (b) El valor de la carga q' que se ha transportado desde A hasta B. (Junio 2014)

17. Un electrón se propaga en el plano XY con velocidad v_0 constante de 100 m/s en el sentido negativo del eje X. Cuando el electrón cruza el plano $x = 0$ se adentra en una región del espacio donde existe un campo eléctrico uniforme de 8×10^9 N/C en el sentido negativo del eje X, tal y como se indica en la figura. (a) Describir el tipo de movimiento que seguirá el electrón una vez se haya introducido en esa región del espacio. Discutir cual será la velocidad final del electrón. (b) Calcular la fuerza ejercida sobre el electrón, así como la aceleración que éste experimenta.

DATOS: $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,60 \times 10^{-19}$ C

(Junio 2014)



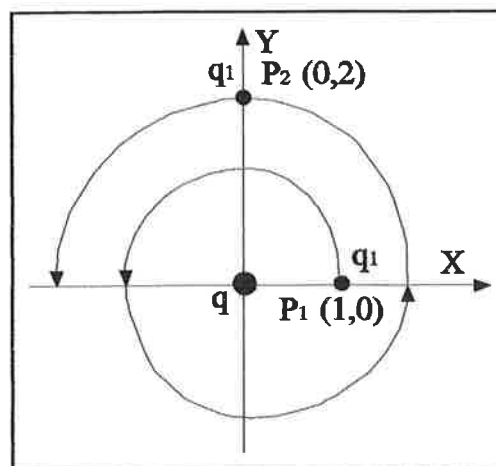
18. Dos partículas de idéntica carga, q , se encuentran situadas en los puntos de coordenadas $(0,3)$ cm y $(0,-3)$ cm, respectivamente. El potencial eléctrico en el punto $(1,0)$ cm es de 5 kV. Calcular: (a) El valor de la carga q y el potencial en el punto $(0,0)$. (b) El vector campo eléctrico en el punto $(-1,0)$ cm.

(Junio 2014)

19. Tres cargas eléctricas iguales, cada una de $1 \mu\text{C}$, están situadas en los vértices de un triángulo equilátero de 10 cm de lado. Calcular: (a) La energía potencial electrostática de cualquiera de las cargas. (b) El potencial eléctrico en el punto medio de cualquier lado.

(Sept. 2015)

20. Una carga puntual, $q = 3 \mu\text{C}$, se encuentra situada en el origen de coordenadas, tal y como se muestra en la figura. Una segunda carga $q_1 = 1 \mu\text{C}$ se encuentra inicialmente en el punto $P_1 (1,0)$ m y, recorriendo la espiral de la figura, llega al punto $P_2 (0,2)$ m. Determinar: (a) La diferencia de potencial entre los puntos P_1 y P_2 . (b) El trabajo realizado para llevar la carga q_1 del punto P_1 al P_2 .



(Junio 2016)

21. Dos cargas puntuales, $q_1 = 16 \mu\text{C}$ y $q_2 = -4 \mu\text{C}$, están separadas en el vacío por una distancia de 3 m. Calcular la distancia a q_1 del punto sobre la línea que une las cargas donde: (a) El campo eléctrico creado por ambas cargas es nulo. (b) El potencial eléctrico creado por ambas cargas es nulo.

(Junio 2016)

22. Dos cargas puntuales, $q_1 = 3 \mu\text{C}$ y $q_2 = 9 \mu\text{C}$, se encuentran situadas en los puntos $(0,0)$ cm y $(8,0)$ cm. Determinar: (a) El potencial electrostático en el punto $(8,6)$ cm. (b) El punto del eje X, entre las dos cargas, en el que la intensidad del campo eléctrico es nula.

(Junio 2016)

23. Dos esferas pequeñas tienen carga positiva. Cuando se encuentran separadas una distancia de 10 cm, existe una fuerza repulsiva entre ellas de 0,20 N. Calcular la carga de cada esfera y el campo eléctrico creado en el punto medio del segmento que las une si: (a) Las cargas son iguales y positivas. (b) Una esfera tiene cuatro veces más carga que la otra.

(Sept. 2016)

Tema 6. El campo eléctrico

PROBLEMAS

1. Dos cargas puntuales $Q_1 = 2 \times 10^{-6} \text{ C}$ y $Q_2 = -3 \times 10^{-6} \text{ C}$ se encuentran en el vacío y están separadas una distancia de 50 cm. Determinar: (a) La posición del punto situado en el segmento que une ambas cargas donde el potencial es cero. (b) El módulo, la dirección y el sentido del vector intensidad de campo eléctrico en el punto encontrado en el apartado anterior. *(Junio 1995)*
2. Tenemos un campo eléctrico uniforme dirigido verticalmente hacia abajo, cuya intensidad es de 10^{-11} N/C . Se sitúa un electrón a 10 m de altura sobre el suelo, sometido a la acción del campo eléctrico y del campo gravitatorio. (a) ¿En qué sentido y con qué aceleración se moverá?. (b) ¿Qué tiempo tardará en llegar al suelo?; ¿o no caerá?.
DATOS: $m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $q_e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ *(Junio 1995)*
3. Entre dos placas planas y paralelas separadas 5 cm se establece una diferencia de potencial de 1500 V. Un protón se libera de la placa positiva en el mismo instante en que un electrón se libera de la placa negativa. Determinar: (a) a qué distancia de la placa positiva se cruzan; (b) la velocidad y la energía cinética con la que llegan cada uno de ellos a la respectiva placa opuesta.
DATOS: $q_p = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $m_p = 1,672 \times 10^{-27} \text{ kg}$ *(Sept. 1995)*
4. Se mide el campo eléctrico en los diferentes puntos de la superficie de una esfera hueca de radio 10 cm, comprobándose que su módulo es constante e igual a $3,8 \times 10^4 \text{ N/C}$, la dirección en todos ellos es radial y el sentido hacia el exterior de la esfera. Determinar: (a) el flujo eléctrico a través de la superficie de la esfera; (b) la carga encerrada por esa superficie. *(Junio 1996)*
5. Se tienen dos cargas eléctricas puntuales de $3 \mu\text{C}$ cada una, una positiva y la otra negativa, colocadas a una distancia de 20 cm. Calcular la intensidad de campo eléctrico y el potencial eléctrico en los siguientes puntos: (a) en el punto medio del segmento que las une; (b) en un punto equidistante 20 cm de ambas cargas. *(Junio 1996)*
6. Dos pequeñas esferas iguales, 5 N de peso cada una, cuelgan de un mismo punto fijo mediante dos hilos idénticos, de 10 cm de longitud y de masa despreciable. Si se suministra a cada una de estas esferas una carga eléctrica positiva de igual cuantía se separan de manera que los hilos forman entre sí un ángulo de 60° en la posición de equilibrio. Calcular: (a) el valor de la fuerza electrostática ejercida entre las cargas de las esferas en la posición de equilibrio; (b) el valor de la carga de las esferas. *(Junio 1997)*
7. A una distancia R de una carga puntual Q fija en un punto O , el potencial eléctrico es $V = 400 \text{ V}$ y la intensidad de campo eléctrico es $E = 100 \text{ N/C}$. Si el medio considerado es el vacío, determinar: (a) los valores de la carga Q y de la distancia R ; (b) el trabajo realizado por la fuerza del campo al desplazarse una carga de $1 \mu\text{C}$, desde la posición que dista de O el valor R calculado, hasta una posición que diste de O el doble de la distancia anterior. *(Sept. 1997)*
8. Un campo eléctrico viene dado por la expresión $E = 2x \mathbf{u}_x - \mathbf{u}_y$ (V/m). Hallar: (a) el potencial eléctrico en cualquier punto del plano XY , tomando el origen de coordenadas como origen del potencial; (b) el trabajo realizado sobre una carga de 10^{-8} C para llevarla desde el punto (1,1) al (2,4), interpretando el resultado. *(Junio 1998)*

9. (a) ¿Qué diferencia de potencial debe existir entre dos puntos de un campo eléctrico uniforme para que un electrón que se mueva entre ellos, partiendo del reposo, adquiera una velocidad de 10^6 m/s?. ¿Cuál será el valor del campo eléctrico si la distancia entre estos dos puntos es 5 cm?
 (b) ¿Qué energía cinética posee el electrón después de recorrer 3 cm, desde el reposo?
 DATOS: $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C (Sept. 1998)
10. Se tienen dos cargas eléctricas iguales y de signo opuesto, de valor absoluto 10^9 C, situadas en el plano XY, en los puntos (-1, 0) la carga positiva y (1, 0) la carga negativa. Sabiendo que las distancias están dadas en metros, se pide:
 (a) El potencial y el campo eléctrico en los puntos A (0,1) y B (0,-1).
 (b) El trabajo necesario para llevar un electrón desde A hasta B, interpretando el resultado.
 DATO: $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C (Junio 1999)
11. Dos cargas eléctricas puntuales de valor $2 \mu\text{C}$ y $-2 \mu\text{C}$, se encuentran situadas en el plano XY, en los puntos (0,3) y (0,-3) respectivamente, estando las distancias expresadas en m.
 (a) ¿Cuáles son los valores del campo eléctrico en el punto (0,6) y en el punto (4,0)?
 (b) ¿Cuál es el trabajo realizado por el campo sobre un protón cuando se desplaza desde el punto (0,6) hasta el punto (4,0)?
 DATO: $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C (Sept. 1999)
12. Los puntos A, B y C son los vértices de un triángulo equilátero de 2 m de lado. Dos cargas iguales positivas de $2 \mu\text{C}$ están en A y B. (a) ¿Cuál es el campo eléctrico en el punto C?.
 (b) ¿Cuál es el potencial en el punto C?. (c) ¿Cuánto trabajo se necesita para llevar una carga positiva de $5 \mu\text{C}$ desde el infinito hasta el punto C, si se mantienen fijas las otras cargas?. (d) Responder al apartado anterior (c) si la carga situada en B se sustituye por una carga de $-2 \mu\text{C}$. (Sept. 2000)
13. Tres cargas positivas e iguales de $2 \mu\text{C}$ cada una se encuentran situadas en tres de los vértices de un cuadrado de lado 10 cm. Determinar: (a) El campo eléctrico en el centro del cuadrado, efectuando un esquema gráfico en su explicación. (b) Los potenciales en los puntos medios de los lados del cuadrado que unen las cargas, y el trabajo realizado al desplazarse la unidad de carga entre dichos puntos. (Junio 2001)
14. Se tienen dos cargas puntuales sobre el eje X: $Q_1 = -0,2 \mu\text{C}$ está situada a la derecha del origen y dista de él 1 m; $Q_2 = +0,4 \mu\text{C}$ está a la izquierda del origen y dista de él 2 m.
 (a) ¿En qué puntos del eje X el potencial creado por las cargas es nulo?.
 (b) Si se coloca en el origen una carga $Q = +0,4 \mu\text{C}$, determinar la fuerza ejercida sobre ella por las cargas Q_1 y Q_2 . (Sept. 2001)
15. Un electrón es lanzado con una velocidad de 2×10^6 m/s paralelamente a las líneas de un campo eléctrico uniforme de 5000 V/m. Determinar: (a) La distancia que ha recorrido el electrón cuando su velocidad se ha reducido a 5×10^5 m/s. (b) La variación de la energía potencial que ha experimentado el electrón en ese recorrido.
 DATOS: $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C (Junio 2002)
16. Se tienen tres cargas situadas en los vértices de un triángulo equilátero cuyas coordenadas (expresadas en cm) son: A (0, 2); B ($-\sqrt{3}$, -1); C ($\sqrt{3}$, -1). Sabiendo que las cargas situadas en los puntos B y C son idénticas e iguales a $2 \mu\text{C}$ y que el campo eléctrico en el origen de coordenadas (centro del triángulo) es nulo, determinar: (a) El valor y el signo de la carga situada en el punto A. (b) El potencial en el origen de coordenadas. (Junio 2002)

17. Un protón se encuentra situado en el origen de coordenadas del plano XY. Un electrón, inicialmente en reposo, está situado en el punto (2,0). Por efecto del campo eléctrico creado por el protón (supuestamente inmóvil), el electrón se acelera. Estando todas las coordenadas expresadas en μm , calcular: **(a)** El campo y el potencial eléctrico creado por el protón en el punto (2,0). **(b)** La energía cinética del electrón cuando se encuentra en el punto (1,0). **(c)** La velocidad y momento lineal del electrón en la posición (1,0). **(d)** La longitud de onda de De Broglie asociada al electrón en el punto (1,0).
DATOS: $q_e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}$ *(Junio 2003)*
18. Un electrón, con velocidad inicial $3 \times 10^5 \text{ m/s}$ dirigida en el sentido positivo del eje X, penetra en una región donde existe un campo eléctrico uniforme y constante de valor $6 \times 10^6 \text{ N/C}$ dirigido en el sentido positivo del eje Y. Determinar: **(a)** Las componentes cartesianas de la fuerza experimentada por el electrón. **(b)** La expresión de la velocidad del electrón en función del tiempo. **(c)** La energía cinética del electrón 1 segundo después de penetrar en el campo. **(d)** La variación de la energía potencial experimentada por el electrón al cabo de 1 segundo de penetrar en el campo.
DATOS: $q_e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ *(Junio 2004)*
19. Tres partículas cargadas $Q_1 = +2 \mu\text{C}$, $Q_2 = +2 \mu\text{C}$ y Q_3 de valor desconocido, están situadas en el plano XY. Las coordenadas de los puntos en los que se encuentran las cargas son Q_1 : (1,0), Q_2 : (-1,0) y Q_3 : (0,2). Si todas las coordenadas están expresadas en metros: **(a)** ¿Qué valor debe tener la carga Q_3 para que una carga situada en el punto (0,1) no experimente ninguna fuerza neta? **(b)** En el caso anterior, ¿cuánto vale el potencial eléctrico resultante en el punto (0,1) debido a las cargas Q_1 , Q_2 y Q_3 ? *(Junio 2005)*
20. Dos cargas eléctricas positivas e iguales de valor $3 \times 10^{-6} \text{ C}$ están situadas en los puntos A (0,2) y B (0,-2) del plano XY. Otras dos cargas iguales Q están localizadas en los puntos C (4,2) y D (4,-2). Sabiendo que el campo eléctrico en el origen de coordenadas es $E = 4000 \text{ u}_x \text{ N/C}$, y que todas las coordenadas están expresadas en metros, determinar: **(a)** El valor numérico y el signo de las cargas Q. **(b)** El potencial eléctrico en el origen de coordenadas debido a esta configuración de cargas. *(Sept. 2006)*
21. Una carga positiva de $2 \mu\text{C}$ se encuentra situada inmóvil en el origen de coordenadas. Un protón moviéndose por el semieje positivo de las X se dirige hacia el origen de coordenadas. Cuando el protón se encuentra en el punto A, a una distancia del origen de $x = 10 \text{ m}$, lleva una velocidad de 1000 m/s . Calcular: **(a)** El campo eléctrico que crea la carga situada en el origen de coordenadas en el punto A. **(b)** El potencial y la energía potencial del protón en el punto A. **(c)** La energía cinética del protón en el punto A. **(d)** El cambio de momento lineal experimentado por el protón desde que parte de A y por efecto de la repulsión vuelve al mismo punto A.
DATOS: $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$; $q_p = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ *(Junio 2007)*
22. Dos partículas con cargas de $+1 \mu\text{C}$ y de $-1 \mu\text{C}$ están situadas en los puntos del plano XY de coordenadas (-1,0) y (1,0) respectivamente. Sabiendo que las coordenadas están expresadas en metros, calcular: **(a)** El campo eléctrico en el punto (0,3). **(b)** El potencial eléctrico en los puntos del eje Y. **(c)** El campo eléctrico en el punto (3,0). **(d)** El potencial eléctrico en el punto (3,0). *(Junio 2007)*

23. Se disponen dos cargas eléctricas sobre el eje X: una de valor Q_1 en la posición (1,0), y otra de valor Q_2 en (-1,0). Sabiendo que todas las distancias están expresadas en metros, determinar en los dos casos siguientes:
- (a) Los valores de las cargas Q_1 y Q_2 para que el campo eléctrico en el punto (0,1) sea el vector $E = 2 \times 10^5 \mathbf{u}_y$ N/C.
- (b) La relación entre las cargas Q_1 y Q_2 para que el potencial eléctrico en el punto (2,0) sea cero. (Sept. 2007)
24. Dos cargas fijas $Q_1 = +12,5$ nC y $Q_2 = -2,7$ nC se encuentran situadas en los puntos del plano XY de coordenadas (2,0) y (-2,0) respectivamente. Si todas las coordenadas están expresadas en metros, calcular: (a) El potencial eléctrico que crean estas cargas en el punto A (-2,3). (b) El campo eléctrico creado por Q_1 y Q_2 en el punto A. (c) El trabajo necesario para trasladar un ión de carga negativa igual a $-2e$ del punto A al punto B, siendo B (2,3), indicando si es a favor o en contra del campo. (d) La aceleración que experimenta el ión cuando se encuentra en el punto A.
- DATOS: $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; Masa del ión $M = 3,15 \times 10^{-26}$ kg (Junio 2008)
25. Tres cargas puntuales de valores $q_1 = +3$ nC, $q_2 = -5$ nC y $q_3 = +4$ nC están situadas, respectivamente, en los puntos de coordenadas (0,3), (4,3) y (4,0) del plano XY. Si las coordenadas están expresadas en metros, determinar: (a) La intensidad de campo eléctrico resultante en el origen de coordenadas. (b) El potencial eléctrico en el origen de coordenadas. (c) La fuerza ejercida sobre una carga $q = 1$ nC que se sitúa en el origen de coordenadas. (d) La energía potencial electrostática del sistema formado por las tres cargas q_1 , q_2 y q_3 . (Junio 2010)
26. En dos de los vértices de un triángulo equilátero de lado a se encuentran dos cargas puntuales fijas de 1 nC. Calcular el valor de la carga que debe colocarse en el punto medio entre las dos primeras: (a) Para que en el tercer vértice del triángulo el campo eléctrico sea nulo. (b) Para que en el tercer vértice del triángulo el potencial eléctrico sea nulo. (Junio 2010)
27. En el punto de coordenadas (0, 3) se encuentra situada una carga, $q_1 = 7,11 \times 10^{-9}$ C y en el punto de coordenadas (4, 0) se encuentra situada otra carga, $q_2 = 3,0 \times 10^{-9}$ C. Las coordenadas están expresadas en metros. (a) Calcular la expresión vectorial de la intensidad del campo eléctrico en el punto (4, 3). (b) Calcular el valor del potencial eléctrico en el punto (4, 3). (c) Indicar el valor y el signo de la carga q_3 que hay que situar en el origen para que el potencial eléctrico en el punto (4, 3) se anule. (d) Indicar el valor y el signo de la carga q_4 que hay que situar en el origen de coordenadas para que la intensidad del campo en el punto de coordenadas (4, 3) sea cero.
- ACLARACION: No es necesario, pero si se desea que en el punto (4, 3) el campo eléctrico en el apartado (d) sea un cero exacto, hay que considerar el valor de q_1 como un número periódico, $q_1 = \frac{64}{9} \times 10^{-9}$ C (Sept. 2011)
28. Se disponen tres cargas eléctricas puntuales $q_1 = q_2 = 5$ nC y $q_3 = -5$ nC en las coordenadas (0;0) (1,2;0) y (0;1,2) expresadas en metros, respectivamente. (a) Calcular la fuerza total, F, ejercida por las cargas q_1 y q_2 sobre la carga q_3 , y dibujar el diagrama de fuerzas de la carga q_3 . (b) ¿Cuál sería el trabajo necesario para llevar la carga q_3 desde su posición actual al punto P de coordenadas $x = 1,2$ m, $y = 1,2$ m? (Junio 2012)

29. Dos cargas puntuales, $q_1 = 2 \mu\text{C}$ y $q_2 = -4 \mu\text{C}$, se encuentran situadas en los puntos $P_1(0,0)$ cm y $P_2(20, 0)$ cm, respectivamente. Calcular: **(a)** El vector campo eléctrico creado por ambas cargas en el punto medio del segmento que las une. **(b)** El trabajo necesario para traer una carga de $0,01$ mC desde el infinito y colocarla en el punto medio del segmento que une q_1 y q_2 . *(Junio 2013)*
30. En el plano XY se sitúan tres cargas puntuales iguales de $2 \mu\text{C}$ en los puntos $P_1(1,-1)$, $P_2(-1,-1)$ y $P_3(-1,1)$ todos en milímetros. Determinar el valor que debe tener una carga situada en $P_4(1,1)$ para que: **(a)** El campo eléctrico se anule en el punto $(0,0)$. En esas condiciones, ¿cuál será el potencial eléctrico en dicho punto? **(b)** El potencial eléctrico se anule en el punto $(0,0)$ mm. En esas condiciones, ¿cuál será el vector de campo eléctrico en dicho punto? *(Sept. 2014)*
31. Tres cargas puntuales, $q_1 = 3 \mu\text{C}$, $q_2 = 1 \mu\text{C}$ y una tercera carga desconocida q_3 , se encuentran en el vacío colocadas en los puntos A $(0,0)$, B $(3,0)$ y C $(0,4)$, respectivamente. El potencial que crean las tres cargas en el punto P $(3,4)$ es $V = 10\ 650$ V. Calcular, teniendo en cuenta que las coordenadas vienen dadas en metros: **(a)** El valor de la carga q_3 . **(b)** La fuerza que experimentaría una carga de $-7 \mu\text{C}$ colocada en el punto P, debido a la presencia de las otras tres. *(Junio 2015)*
32. Dos cargas de 2 nC se sitúan en los vértices de la base de un triángulo equilátero de lado 2 cm que se encuentra situada sobre el eje de abscisas. El punto medio de la base está en el origen de coordenadas y el vértice superior en el semieje positivo de ordenadas. Determinar: **(a)** El campo eléctrico y el potencial eléctrico creado por las cargas en el vértice libre. **(b)** La fuerza que las cargas positivas ejercerían sobre una carga de -2 nC situada en el vértice libre del triángulo. *(Junio 2015)*
33. Se sitúa una carga $q_1 = 4 \mu\text{C}$ en el punto $(0,0)$ m y otra carga $q_2 = -5 \mu\text{C}$ en el punto $(0,3)$ m. Determinar: **(a)** El potencial eléctrico total creado por ambas cargas en el punto $(4,0)$ m. **(b)** La variación de la energía potencial de una carga $q_3 = 2 \mu\text{C}$ si se mueve desde el punto $(0,1)$ m hasta el punto $(-4,0)$ m. *(Junio 2015)*

Teorema de Gauss para el campo eléctrico

CUESTIONES

1. Una carga de valor $+3Q$ se encuentra situada en el origen de coordenadas O. **(a)** Determinar el flujo del campo eléctrico creado por dicha carga a través de una superficie esférica hipotética de radio R , centrada en el punto O. **(b)** Explicar razonadamente cómo varía el flujo del campo eléctrico, a través de la misma superficie, cuando la carga se coloca en un punto del eje X a distancia $R/2$ del origen de coordenadas. *(Sept. 1994)*
2. ¿Disminuye la fuerza que ejerce un plano no conductor cargado uniformemente sobre una carga eléctrica, si aumenta la distancia entre ambos? *(Junio 1997)*
3. Un hilo muy largo está uniformemente cargado con una densidad lineal de carga λ . Una carga puntual q sigue una trayectoria circular de radio R en un plano perpendicular al hilo de modo que el hilo pasa por el centro de la trayectoria. Calcular el trabajo realizado por la partícula cuando da una vuelta completa. *(Junio 1998)*
4. El flujo de cierto campo eléctrico a través de una superficie cerrada es nulo. ¿Cuál es el valor de la carga encerrada en dicha superficie? *(Junio 1999)*
5. Una carga neta Q está uniformemente distribuida en un volumen V . **(a)** ¿Cuál es el flujo del campo electrostático creado por la distribución a través de una superficie de forma arbitraria que encierra a la mitad de la carga? **(b)** ¿Cuál es el flujo a través de una superficie esférica que no contiene carga alguna? Con estos datos, ¿es posible deducir el módulo del campo electrostático en un punto cualquiera de esta superficie? *(Sept. 1999)*
6. Una carga total q está uniformemente distribuida en un hilo en forma de circunferencia de radio R . ¿Cuál es el valor en el centro: **(a)** del campo electrostático y **(b)** del potencial electrostático? *(Junio 2001)*
7. Sea un plano infinito cuya perpendicular define el eje Z. Dicho plano tiene una densidad de carga positiva de $2 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2$. **(a)** ¿Cuál es el valor del campo eléctrico a una distancia del plano de 1 m en la dirección del eje Z? **(b)** ¿Cuánto vale la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos distantes entre sí 2 m en la dirección del eje Z?
DATO: $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ U.I.}$ *(Sept. 2001)*
8. Un plano infinito está cargado con una densidad superficial de carga σ positiva. Calcular el trabajo que hay que realizar sobre una carga puntual q positiva para trasladarla una distancia d , **(a)** en la dirección perpendicular al plano y acercándose a él; **(b)** en una dirección paralela al plano. *(Sept. 2002)*
9. **(a)** Enunciar el teorema de Gauss y escribir su expresión matemática. **(b)** Utilizar dicho teorema para deducir la expresión matemática del campo eléctrico en un punto del espacio debido a una carga puntual. *(Junio 2008)*
10. Una superficie esférica de radio R tiene una carga eléctrica Q distribuida uniformemente en ella. **(a)** Deducir la expresión del módulo del vector campo eléctrico en un punto situado en el exterior a dicha superficie haciendo uso del teorema de Gauss. **(b)** ¿Cuál es la razón entre los módulos de los vectores campo eléctrico en dos puntos situados a las distancias del centro de la esfera $r_1 = 2 R$ y $r_2 = 3 R$? *(Sept. 2009)*

11. Se tiene un plano infinito con una densidad de carga superficial positiva σ . (a) Deducir, utilizando el teorema de Gauss, el vector campo eléctrico generado por la distribución. (b) Calcular la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos, en el mismo semiespacio, separados una distancia d en la dirección perpendicular al plano cargado. Justificar si cambiaría la respuesta si la dirección fuera paralela al plano cargado. *(Sept. 2013)*

Teorema de Gauss para el campo eléctrico

PROBLEMAS

1. Una carga total de $5,655 \times 10^{-13}$ C está formando una distribución esférica de carga con densidad uniforme de valor 5×10^{-15} C/m³. Determinar: (a) el radio de distribución; (b) el campo eléctrico en un punto que dista 20 cm del centro de la distribución; (c) la diferencia de potencial eléctrico entre el punto anterior y un punto de la superficie de la distribución.
DATO: $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ U.I. (Junio 1997)

2. Determinar: (a) la carga electrostática que debe contener una esfera metálica de 3 mm de radio para que el campo electrostático en su superficie externa sea 3×10^6 N/C; (b) el potencial electrostático correspondiente. Tomar el potencial eléctrico en el infinito igual a cero.

DATO: $K = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} = 9 \times 10^9$ U.I. (Junio 2000)

3. Una carga de +10 nC se distribuye homogéneamente en la región que delimitan dos esferas concéntricas de radio $r_1 = 2$ cm y $r_2 = 4$ cm. Utilizando el teorema de Gauss, calcular:
(a) El módulo del campo eléctrico en un punto situado a 6 cm del centro de las esferas.
(b) El módulo del campo eléctrico en un punto situado a 1 cm del centro de las esferas.
DATO: $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ U.I. (Sept. 2008)

4. En el plano $x = 0$ existe una distribución superficial infinita de carga cuya densidad superficial de carga es $\sigma_1 = + 10^{-6}$ C/m². (a) Empleando el teorema de Gauss, determinar el campo eléctrico generado por esta distribución de carga en los puntos del espacio de coordenadas (1,0,0) y (-1,0,0).
Una segunda distribución superficial infinita de carga de densidad superficial σ_2 se sitúa en el plano $x = 3$. (b) Empleando el teorema de Gauss, determinar el valor de σ_2 para que el campo eléctrico resultante de ambas distribuciones superficiales de carga en el punto (-2,0,0) sea $E = +10^4 \mathbf{u}_x$ N/C. (Todas las coordenadas están expresadas en unidades del SI)
DATO: $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ U.I. (Junio 2009)

5. Considerar un conductor esférico de radio $R = 10$ cm, cargado con una carga $q = 5$ nC.
(a) Calcular el campo eléctrico creado en los puntos situados a una distancia del centro de la esfera de 5 y 15 cm. (b) ¿A qué potencial se encuentran los puntos situados a 10 cm del centro de la esfera? (c) ¿Y los situados a 15 cm del centro de la esfera? (d) ¿Qué trabajo es necesario realizar para traer una carga de 2 nC desde el infinito a una distancia de 10 cm del centro de la esfera?

DATO: $K = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} = 9 \times 10^9$ U.I. (Junio 2011)

6. Una esfera maciza no conductora, de radio $R = 20$ cm, está cargada uniformemente con una carga Q positiva de 10^{-6} C. (a) Utilizar el teorema de Gauss para calcular el campo eléctrico en el punto $r = 2R$ y determinar el potencial eléctrico en dicha posición. (b) Si se envía una partícula de masa $m = 3 \times 10^{-12}$ kg, con la misma carga $+Q$ y velocidad inicial $v_0 = 10^5$ m/s, dirigida al centro de la esfera, desde una posición muy lejana, determinar la distancia del centro de la esfera a la que se parará dicha partícula. (Junio 2013)

Tema 7. El campo magnético

CUESTIONES

1. Por dos conductores rectilíneos, paralelos y de longitud infinita circulan intensidades de corriente, una doble que la otra, y en sentidos opuestos. Si llamamos d a la distancia entre los conductores, ¿en qué puntos el campo magnético resultante es nulo? *(Junio 1994)*
2. Si se introduce una partícula cargada en un campo magnético uniforme en dirección perpendicular al mismo, se ve sometida a una fuerza que la hace describir una trayectoria determinada. (a) ¿De qué trayectoria se trata? (b) ¿Qué fuerza es la que se la origina? *(Junio 1995)*
3. Explicar el fundamento físico del funcionamiento de un electroimán. Aplicaciones. *(Junio 1995)*
4. Un protón y un electrón se mueven perpendicularmente dentro de un campo magnético uniforme, con igual velocidad. (a) ¿Qué tipo de trayectoria realiza cada uno de ellos? (b) ¿Cómo es la trayectoria que realiza el protón en relación con la que realiza el electrón?
DATO: $m_p = 1836 m_e$ *(Junio 1996)*
5. Un protón (carga eléctrica $+e$) y una partícula alfa (carga eléctrica $+2e$) se mueven en un campo magnético uniforme según circunferencias de igual radio. Comparar los valores de: (a) sus velocidades; (b) sus energías cinéticas; (c) sus momentos angulares.
DATO: $m_\alpha = 4 m_p$ *(Sept. 1996)*
6. Deducir la ecuación de dimensiones y las unidades en el SI de las siguientes constantes: (a) constante de gravitación universal G ; (b) permitividad eléctrica del vacío ϵ_0 ; (c) permeabilidad magnética del vacío μ_0 ; (d) constante de Planck h . *(Junio 1997)*
7. En el seno de un campo magnético uniforme se sitúan tres partículas cargadas. Una de las partículas está en reposo y las otras dos en movimiento, siendo sus vectores velocidad perpendicular y paralelo respectivamente a la dirección del campo magnético. Explicar cuál es la acción del campo sobre cada una de las partículas y cómo será su movimiento en él. *(Junio 1997)*
8. (a) ¿Puede ser cero la fuerza magnética que se ejerce sobre una partícula cargada que se mueve en el seno de un campo magnético? (b) ¿Puede ser cero la fuerza eléctrica sobre una partícula cargada que se mueve en el seno de un campo eléctrico? *(Junio 1998)*
9. Un electrón que se mueve con una velocidad constante v , penetra en un campo magnético uniforme B , de tal modo que describe una trayectoria circular de radio R . Si la intensidad del campo magnético disminuye a la mitad y la velocidad aumenta al doble, determinar la variación de: (a) El radio de la órbita. (b) La velocidad angular. *(Sept. 1998)*
10. Efectuar un estudio comparativo entre el campo gravitatorio, el campo eléctrico y el campo magnético, contemplando los siguientes aspectos: fuentes del campo, líneas de fuerza y carácter conservativo. *(Junio 1999)*

11. (a) Analizar cómo es la fuerza que ejercen entre sí dos conductores rectilíneos e indefinidos, paralelos, separados una distancia d y recorridos por una corriente de intensidad I , según que los sentidos de las corrientes coincidan o sean opuestos. (b) Explicar si es posible que un electrón se mueva con velocidad v , paralelamente a estos conductores y equidistante entre ellos sin cambiar su trayectoria. *(Junio 1999)*
12. Un electrón que se mueve con una velocidad de 10^6 m/s describe una órbita circular en el seno de un campo magnético uniforme de valor 0,1 T, cuya dirección es perpendicular a la velocidad. Determinar: (a) El valor del radio de la órbita que realiza el electrón. (b) El número de vueltas que da el electrón en 10^{-3} s.
DATOS: $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C *(Junio 2001)*
13. Una partícula de carga $q = 1,6 \times 10^{-19}$ C se mueve en un campo magnético uniforme de valor $B = 0,2$ T, describiendo una circunferencia en un plano perpendicular a la dirección del campo magnético, con periodo de $3,2 \times 10^{-7}$ s, y velocidad de $3,8 \times 10^6$ m/s. Calcular: (a) El radio de la circunferencia descrita. (b) La masa de la partícula. *(Sept. 2001)*
14. Una partícula cargada se mueve en línea recta en una determinada región del espacio. (a) Si la carga de la partícula es positiva, ¿puede asegurarse que en esa región el campo magnético es nulo?. (b) ¿Cambiaría la respuesta anterior si la carga fuese negativa en vez de positiva?. *(Junio 2002)*
15. Un electrón se mueve con velocidad v en una región del espacio donde coexisten un campo eléctrico y un campo magnético, ambos estacionarios. Razonar si cada uno de estos campos realiza o no trabajo sobre la carga. *(Sept. 2002)*
16. Un protón penetra en una región donde existe un campo magnético uniforme. Explicar qué tipo de trayectoria describirá el protón si su velocidad es: (a) paralela al campo; (b) perpendicular al campo. (c) ¿Qué sucede si el protón se abandona en reposo en el campo magnético?. (d) ¿En que cambiarían las anteriores respuestas si en lugar de un protón fuera un electrón?. *(Junio 2003)*
17. (a) Definir las superficies equipotenciales en un campo de fuerzas conservativo. (b) ¿Cómo son las superficies equipotenciales del campo eléctrico creado por una carga puntual?. (c) ¿Qué relación geométrica existe entre las líneas de fuerza de un campo conservativo y las superficies equipotenciales?. (d) Indicar un ejemplo de campo de fuerzas no conservativo. *(Sept. 2003)*
18. Una partícula de carga positiva q se mueve en la dirección del eje de las X con una velocidad constante $\mathbf{v} = a\mathbf{u}_x$ y entra en una región donde existe un campo magnético de dirección eje Y y módulo constante $\mathbf{B} = b\mathbf{u}_y$. (a) Determinar la fuerza ejercida sobre la partícula en módulo, dirección y sentido. (b) Razonar qué trayectoria seguirá la partícula, y efectuar un esquema gráfico. *(Sept. 2003)*
19. En una región del espacio existe un campo magnético uniforme dirigido en el sentido negativo del eje Z. Indicar mediante un esquema la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre una carga, en los siguientes casos: (a) La carga es positiva y se mueve en el sentido positivo del eje Z. (b) La carga es negativa y se mueve en el sentido positivo del eje X. *(Sept. 2004)*

20. Un electrón se mueve describiendo una trayectoria circular bajo la acción de un campo magnético uniforme de valor 10^{-3} T. Si el momento angular del electrón respecto al centro de la trayectoria es 4×10^{-25} kg m²/s, determinar: (a) el radio de la trayectoria y (b) la velocidad del electrón.

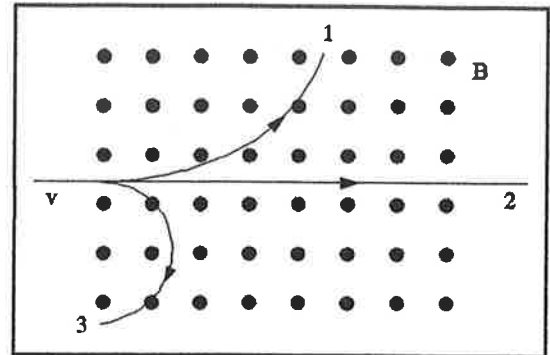
DATOS: $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C

(Sept. 2005)

21. Una partícula cargada penetra con velocidad v en una región en la que existe un campo magnético uniforme B . Determinar la expresión de la fuerza ejercida sobre la partícula en los siguientes casos: (a) La carga es negativa, la velocidad es $v = v_0 u_y$ y el campo magnético es: $B = -B_0 u_x$. (b) La carga es positiva, la velocidad es $v = v_0(u_y + u_z)$ y el campo magnético es: $B = B_0 u_y$.

(Sept. 2005)

22. La figura representa una región en la que existe un campo magnético uniforme B , cuyas líneas de campo son perpendiculares al plano del papel y saliendo hacia fuera del mismo. Si entran sucesivamente tres partículas con la misma velocidad v , y describe cada una de ellas la trayectoria que se muestra en la figura (cada partícula está numerada): (a) ¿Cuál es el signo de la carga de cada una de las partículas? (b) ¿En cuál de ellas es mayor el valor absoluto de la relación carga masa (q/m)?



(Junio 2006)

23. Indicar el tipo de trayectoria descrita por una partícula cargada positivamente que posee inicialmente una velocidad $v = v u_x$ al penetrar en cada una de las siguientes regiones: (a) Región con un campo magnético uniforme: $B = B u_x$. (b) Región con un campo eléctrico uniforme: $E = E u_x$. (c) Región con un campo magnético uniforme: $B = B u_y$. (d) Región con un campo eléctrico uniforme: $E = E u_y$.

(Junio 2007)

24. Un protón que se mueve con velocidad constante penetra en una región del espacio donde hay un campo eléctrico $E = 4 \times 10^5 u_x$ N/C y un campo magnético $B = -2 u_y$ T. (a) Determinar el módulo, la dirección y el sentido de la velocidad que debe llevar el protón para que atraviese dicha región sin ser desviado. (b) En las condiciones del apartado anterior, calcular la longitud de onda de De Broglie del protón.

DATOS: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg

(Junio 2007)

25. (a) ¿Cuál es la velocidad de un electrón cuando se mueve en presencia de un campo eléctrico de módulo $3,5 \times 10^5$ N/C y de un campo magnético de 2 T, ambos mutuamente perpendiculares y, a su vez, perpendiculares a la velocidad del electrón, para que éste no se desvíe?

- (b) ¿Cuál es el radio de la órbita descrita por el electrón cuando se suprime el campo eléctrico?

DATOS: $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C

(Sept. 2007)

26. Analizar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- (a) Una partícula cargada que se mueve en un campo magnético uniforme aumenta su velocidad cuando se desplaza en la misma dirección de las líneas del campo.

- (b) Una partícula cargada puede moverse en una región en la que existe un campo magnético y un campo eléctrico sin experimentar ninguna fuerza.

(Junio 2009)

27. Una carga puntual Q con velocidad $\mathbf{v} = v_x \mathbf{u}_x$ entra en una región donde existe un campo magnético uniforme $\mathbf{B} = B_x \mathbf{u}_x + B_y \mathbf{u}_y + B_z \mathbf{u}_z$. Determinar: (a) La fuerza que ejerce el campo magnético sobre la carga. (b) El campo eléctrico \mathbf{E} que debería existir en la región para que la carga prosiguiese con la misma velocidad. *(Junio 2010)*
28. Un protón y un electrón se mueven en un campo magnético uniforme \mathbf{B} bajo la acción del mismo. Si la velocidad del electrón es 8 veces mayor que la del protón y ambas son perpendiculares a las líneas del campo magnético, deducir la relación numérica existente entre: (a) Los radios de las órbitas que describen. (b) Los periodos orbitales de las mismas. DATO: $m_p = 1836 m_e$ *(Junio 2010)*
29. Dos conductores rectilíneos e indefinidos, paralelos, por los que circulan corrientes de igual intensidad, I , están separados una distancia de 0,12 m y se repelen con una fuerza por unidad de longitud de 6×10^9 N/m. (a) Efectuar un esquema gráfico en el que se dibuje el campo magnético, la fuerza que actúa sobre cada conductor y el sentido de la corriente en cada uno de ellos. (b) Determinar el valor de la intensidad de corriente I , que circula por cada conductor. DATO: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ U.I. *(Sept. 2010)*
30. Dos conductores rectilíneos, paralelos y de longitud infinita, separados una distancia $D = 30$ cm están recorridos por corrientes eléctricas de igual intensidad $I = 2$ A, y de sentidos contrarios. (a) Determinar la intensidad del campo magnético generado por los dos conductores en el punto medio de la línea que los une. (b) Determinar el módulo de la fuerza por unidad de longitud que se ejercen entre sí estos conductores. DATOS: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ U.I. *(Sept. 2011)*
31. Una partícula cargada se mueve en una región del espacio donde únicamente existe un campo magnético constante. (a) ¿Qué se puede afirmar del módulo de su velocidad? Razonar la respuesta. (b) Razonar en qué casos la fuerza sobre la partícula podría ser nula. Si la fuerza no es nula, ¿cuál es el ángulo que se forma entre la velocidad de la partícula y dicha fuerza? Razonar la respuesta. *(Sept. 2011)*
32. (a) Determinar la masa de un ión de potasio, K^+ , si cuando penetra con una velocidad $\mathbf{v} = 8 \times 10^4 \mathbf{u}_x$ m/s en un campo magnético uniforme de intensidad $\mathbf{B} = 0,1 \mathbf{u}_z$ T describe una trayectoria circular de 65 cm de diámetro. (b) Determinar el módulo, dirección y sentido del campo eléctrico que hay que aplicar en esa región para que el ión no se desvíe. DATO: $q_e = 1,60 \times 10^{-19}$ C *(Sept. 2012)*
33. Dos partículas idénticas A y B, de cargas $3,2 \times 10^{-19}$ C y masas $6,4 \times 10^{-27}$ kg, se mueven en una región donde existe un campo magnético uniforme de valor: $\mathbf{B}_0 = (\mathbf{u}_x + \mathbf{u}_y)$ T. En un instante dado, la partícula A se mueve con velocidad $\mathbf{v}_A = (-10^3 \mathbf{u}_x + 10^3 \mathbf{u}_y)$ m/s, y la partícula B con velocidad $\mathbf{v}_B = (-10^3 \mathbf{u}_x - 10^3 \mathbf{u}_y)$ m/s. (a) Calcular, en ese instante, la fuerza que actúa sobre cada partícula. (b) Una de ellas realiza un movimiento circular; calcular el radio de la trayectoria que describe y la frecuencia angular del movimiento. *(Sept. 2013)*
34. Dos hilos conductores A y B, rectilíneos, indefinidos y paralelos se encuentran situados en el vacío separados entre sí 25 cm y por ellos circulan, en sentidos opuestos, corrientes de intensidades 1 A y 2 A, respectivamente. Calcular: (a) La fuerza magnética que experimentan 2 m del hilo A debida a la presencia del otro conductor, indicando su sentido. (b) Los puntos del plano que contiene los hilos A y B donde el campo magnético creado por ambos hilos es nulo. DATO: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ U.I. *(Junio 2015)*

Tema 7. El campo magnético

PROBLEMAS

1. Un electrón con una energía cinética de 6×10^{-16} J penetra en un campo magnético uniforme, de 4×10^{-3} T, perpendicularmente a su dirección. (a) ¿Con qué velocidad penetra el electrón dentro del campo? (b) ¿A qué fuerza está sometido el electrón dentro del campo? (c) ¿Cuánto vale el radio de la trayectoria que describe? (d) ¿Cuántas vueltas describe el electrón en 0,1 s?

DATOS: $m_e = 9,109 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,60 \times 10^{-19}$ C

(Junio 1994)

2. Un electrón se mueve en una región en la que están superpuestos un campo eléctrico $E = 2 \mathbf{u}_x + 4 \mathbf{u}_y$ V/m y un campo magnético $B = 0,4 \mathbf{u}_z$ T. Determinar para el instante en el que la velocidad del electrón es $\mathbf{v} = 20 \mathbf{u}_z$ m/s: (a) las fuerzas que actúan sobre el electrón debidas al campo eléctrico y al campo magnético respectivamente; (b) la aceleración que adquiere el electrón.

DATOS: $m_e = 9,109 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,60 \times 10^{-19}$ C

(Sept. 1996)

3. Dos hilos conductores de gran longitud, rectilíneos y paralelos están separados 100 cm. Si por los hilos circulan corrientes iguales a 5 A cada una en sentidos opuestos, ¿cuál es el campo magnético resultante en un punto del plano de los dos hilos, en los siguientes casos?: (a) El punto es equidistante de ambos conductores.

(b) El punto está a una distancia de 50 cm de un conductor y a 150 cm del otro conductor.

DATO: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ U.I.

(Junio 1997)

4. En una misma región del espacio existen un campo eléctrico uniforme de valor $0,5 \times 10^4$ V/m y un campo magnético uniforme de valor 0,3 T, siendo sus direcciones perpendiculares entre sí. (a) ¿Cuál deberá ser la velocidad de una partícula cargada que penetra en esa región en dirección perpendicular a ambos campos para que pase a través de la misma sin ser desviada? (b) Si la partícula es un protón, ¿cuál deberá ser su energía cinética para no ser desviado?

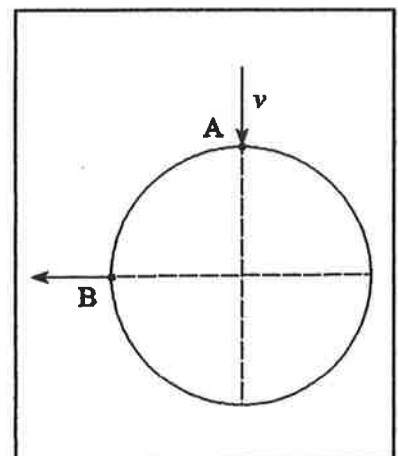
DATO: $m_p = 1,672 \times 10^{-27}$ kg

(Junio 1997)

5. Un solenoide de gran longitud que tiene 100 espiras por metro y un radio de 5 cm dispone de dos orificios A y B, situados en el plano de la figura, que representa la sección correspondiente a un corte transversal perpendicular al eje del solenoide en su parte central. Ambos orificios están separados un ángulo de 90° . Un protón con una velocidad de 100 m/s penetra en el solenoide a través de A, en dirección perpendicular al eje del solenoide. Se desea que por la acción del campo magnético del solenoide el protón salga del mismo a través de B, en dirección perpendicular al eje del solenoide. (a) ¿Cómo debe ser el sentido de la corriente en el solenoide? (Indicar con relación al dibujo si es el de las agujas del reloj o el contrario). (b) ¿Cuál debe ser el valor de la intensidad de la corriente? (c) ¿Cómo es la energía cinética del protón cuando sale del solenoide en relación a la que tenía cuando entra en el mismo?

DATOS: $m_p = 1,673 \times 10^{-27}$ kg; $q_p = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ U.I.

(Junio 1998)



6. Dos isótopos, de masas $19,92 \times 10^{-27}$ kg y $21,59 \times 10^{-27}$ kg, respectivamente, con la misma carga de ionización, son acelerados hasta que adquieren una velocidad constante de $6,7 \times 10^5$ m/s. Se les hace atravesar una región de campo magnético uniforme de 0,85 T cuyas líneas de campo son perpendiculares a la velocidad de las partículas. (a) Determinar la relación entre los radios de las trayectorias que describe cada isótopo. (b) Si han sido ionizados una sola vez, determinar la separación entre los dos isótopos cuando han descrito una semicircunferencia.

DATO: $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C

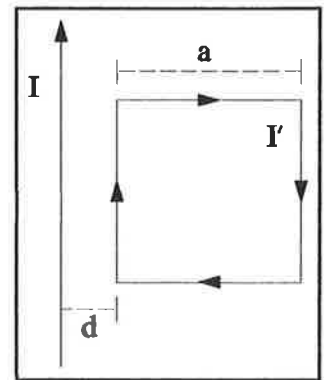
(Junio 1999)

7. Por un hilo conductor rectilíneo e infinitamente largo, situado sobre el eje X, circula una corriente eléctrica en el sentido positivo del eje X. El valor del campo magnético producido por dicha corriente es de 3×10^5 T en el punto P (0, $-d_p$, 0), y es de 4×10^5 T en el punto Q (0, $+d_q$, 0). Sabiendo que $d_p + d_q = 7$ cm, determinar; (a) La intensidad que circula por el hilo conductor. (b) El valor y la dirección del campo magnético producido por dicha corriente en el punto de coordenadas (0, 6, 0), en cm.

DATO: Las cantidades d_p y d_q son positivas.

(Sept. 2001)

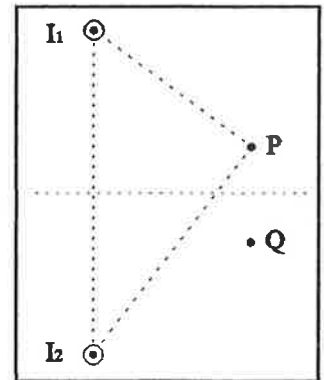
8. Sea un conductor rectilíneo y de longitud infinita, por el que circula una intensidad de corriente $I = 5$ A. Una espira cuadrada de lado $a = 10$ cm está colocada con dos de sus lados paralelos al conductor rectilíneo, y con su lado más próximo a una distancia $d = 3$ cm de dicho conductor. Si la espira está recorrida por una intensidad de corriente $I' = 0,2$ A en el sentido que se indica en la figura, determinar: (a) el módulo, la dirección y el sentido del campo magnético creado por el conductor rectilíneo en cada uno de los lados de la espira paralelos a dicho conductor. (b) El módulo, la dirección y el sentido de la fuerza ejercida sobre cada uno de los lados de la espira paralelos al conductor rectilíneo.



DATO: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ U.I.

(Junio 2002)

9. En la figura se representan dos hilos conductores rectilíneos de gran longitud que son perpendiculares al plano del papel y llevan corrientes de intensidades I_1 e I_2 de sentido hacia el lector. (a) Determinar la relación entre I_1 e I_2 para que el campo magnético B en el punto P sea paralelo a la recta que une los hilos indicada en la figura. (b) Para la relación entre I_1 e I_2 obtenida anteriormente, determinar la dirección del campo magnético B en el punto Q (simétrico del punto P respecto del plano perpendicular a la citada recta que une los hilos y equidistante de ambos).

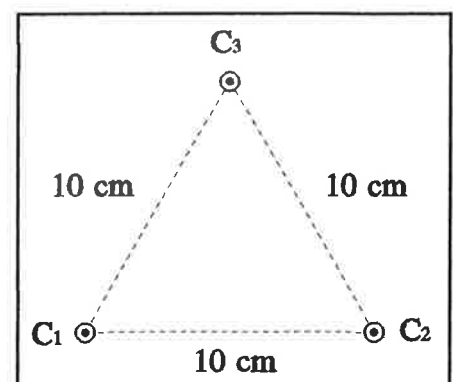


DATOS: Distancias: $P-I_1 = 3$ cm; $P-I_2 = 4$ cm.

Angulo I_1 -P- $I_2 = 90^\circ$

(Sept. 2002)

10. Tres hilos conductores rectilíneos y paralelos, infinitamente largos, pasan por los vértices de un triángulo equilátero de 10 cm de lado, según se indica en la figura. Por cada uno de los conductores circula una corriente de 25 A en el mismo sentido, hacia fuera del plano del papel. Calcular: (a) El campo magnético resultante en un punto del conductor C_3 debido a los otros dos conductores. Especificar la dirección del vector campo magnético. (b) La fuerza resultante por unidad de longitud ejercida sobre el conductor C_3 . Especificar la dirección del vector fuerza.



DATO: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ U.I.

(Junio 2003)

11. Por dos hilos conductores, rectilíneos y paralelos, de gran longitud, separados una distancia de 10 cm, circulan dos corrientes de intensidades 2 A y 4 A respectivamente, en sentidos opuestos. En un punto P del plano que definen los conductores, equidistante de ambos, se introduce un electrón con una velocidad de 4×10^4 m/s paralela y del mismo sentido que la corriente de 2 A. Determinar: (a) El campo magnético en la posición P del electrón. (b) La fuerza magnética que se ejerce sobre el electrón situado en P.

DATOS: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ U.I.; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C

(Junio 2004)

12. Un conductor rectilíneo indefinido transporta una corriente de 10 A en el sentido positivo del eje Z. Un protón, que se mueve a 2×10^5 m/s, se encuentra a 50 cm del conductor. Calcular el módulo de la fuerza ejercida sobre el protón si su velocidad: (a) es perpendicular al conductor y está dirigida hacia él; (b) es paralela al conductor; (c) es perpendicular a las direcciones definidas en los apartados (a) y (b); (d) ¿En qué casos de los tres anteriores, el protón ve modificada su energía cinética?

DATOS: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ U.I.; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C

(Junio 2004)

13. Una partícula cargada pasa sin ser desviada de su trayectoria rectilínea a través de dos campos, eléctrico y magnético, perpendiculares entre sí. El campo eléctrico está producido por dos placas metálicas paralelas (situadas a ambos lados de la trayectoria) separadas 1 cm y conectadas a una diferencia de potencial de 80 V. El campo magnético vale 0,002 T. A la salida de las placas, el campo magnético sigue actuando perpendicularmente a la trayectoria de la partícula, de forma que ésta describe una trayectoria circular de 1,14 cm de radio. Determinar: (a) La velocidad de la partícula en la región entre las placas. (b) La relación masa/carga de la partícula.

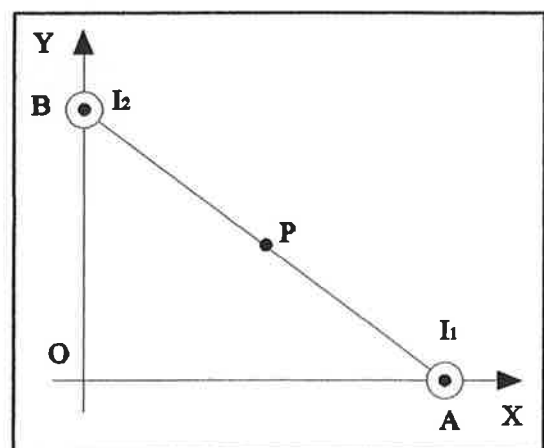
(Junio 2005)

14. Por un hilo conductor rectilíneo y de gran longitud circula una corriente de 12 A. El hilo define el eje Z de coordenadas y la corriente fluye en el sentido positivo. Un electrón se encuentra situado en el eje Y a una distancia del hilo de 1 cm. Calcular el vector aceleración instantánea que experimentaría dicho electrón si: (a) Se encuentra en reposo. (b) Su velocidad es de 1 m/s según el sentido positivo del eje Y. (c) Su velocidad es de 1 m/s según el sentido positivo del eje Z. (d) Su velocidad es de 1 m/s según el sentido negativo del eje X.

DATOS: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ U.I.; $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C

(Junio 2005)

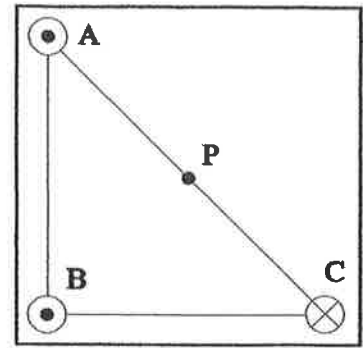
15. Dos conductores rectilíneos, indefinidos y paralelos, perpendiculares al plano XY, pasan por los puntos A (80,0) y B (0,60) según indica la figura, estando las coordenadas en centímetros. Las corrientes circulan por ambos conductores en el mismo sentido, hacia fuera del plano del papel, siendo el valor de la corriente I_1 de 6 A. Sabiendo que $I_2 > I_1$ y que el valor del campo magnético en el punto P, punto medio de la recta que une ambos conductores, es de $B = 12 \times 10^{-7}$ T, determinar: (a) El valor de la corriente I_2 . (b) El módulo, la dirección y el sentido del campo magnético en el origen de coordenadas O, utilizando el valor de I_2 obtenido anteriormente.



DATO: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ U.I.

(Junio 2006)

16. Tres hilos conductores rectilíneos, muy largos y paralelos, se disponen como se muestra en la figura (perpendiculares al plano del papel pasando por los vértices de un triángulo rectángulo, cuyos catetos miden 10 cm). La intensidad de corriente que circula por todos ellos es la misma, $I = 25 \text{ A}$, aunque el sentido de la corriente en el hilo C es opuesto al de los otros dos hilos. Determinar:



- (a) El campo magnético en el punto P, punto medio del segmento AC.
 (b) La fuerza que actúa sobre una carga positiva $Q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ si se encuentra en el punto P moviéndose con una velocidad de 10^6 m/s perpendicular al plano del papel y con sentido hacia fuera.

DATO: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ U.I.}$

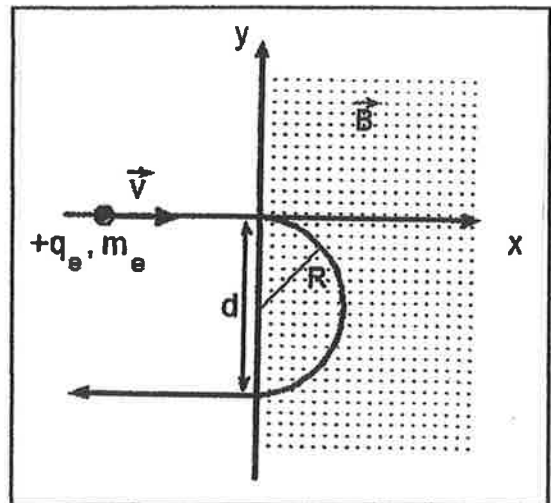
(Sept. 2007)

17. Un hilo conductor rectilíneo de longitud infinita está situado en el eje Z y transporta una corriente de 20 A en el sentido positivo de dicho eje. Un segundo hilo conductor, también infinitamente largo y paralelo al anterior, corta al eje X en el punto de coordenada $x = 10 \text{ cm}$. Determinar: (a) La intensidad y el sentido de la corriente en el segundo hilo, sabiendo que el campo magnético resultante en el punto del eje X de coordenada $x = 2 \text{ cm}$ es nulo. (b) La fuerza por unidad de longitud que actúa sobre cada conductor, explicando cuál es su dirección y sentido.

DATO: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ U.I.}$

(Sept. 2009)

18. Una partícula de carga $+e$ y masa $2,32 \times 10^{-23} \text{ g}$ se mueve hacia la derecha por el eje X con velocidad constante de 10^5 m/s . Al pasar por el origen dicha partícula se ve influida por un campo magnético uniforme de 0,6 T dirigido en sentido positivo del eje Z, por lo cual la partícula describe media circunferencia y sale de la región de campo magnético en sentido opuesto al de entrada. (a) Haciendo uso de la 2ª ley de la dinámica de Newton, calcular la distancia entre los puntos de entrada y salida de la partícula de la región de campo magnético. Realizar un dibujo del fenómeno. (b) Determinar el tiempo que tardará la partícula en salir de la región con campo magnético.

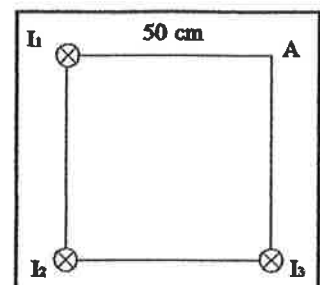


- (c) Hallar el campo eléctrico que habría que aplicar a partir de su paso por el origen para que al llegar a ese punto la partícula no viese alterada su velocidad. (d) Obtener el valor de la longitud de onda de De Broglie asociada a la partícula.

DATOS: $q_e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}$

(Junio 2010)

19. Tres hilos conductores infinitos paralelos pasan por los vértices de un cuadrado de 50 cm de lado como se indica en la figura. Las tres corrientes I_1 , I_2 e I_3 circulan hacia dentro del papel.



- (a) Si $I_1 = I_2 = I_3 = 10 \text{ mA}$, determinar el campo magnético en el vértice A del cuadrado.

- (b) Si $I_1 = 0$, $I_2 = 5 \text{ mA}$ e $I_3 = 10 \text{ mA}$, determinar la fuerza por unidad de longitud entre los hilos recorridos por las corrientes.

DATO: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ U.I.}$

(Sept. 2010)

20. En un instante determinado un electrón que se mueve con una velocidad $v = 40000 \mathbf{u}_x$ m/s penetra en una región en la que existe un campo magnético de valor $\mathbf{B} = -0,8 \mathbf{u}_y$ T. Determinar: (a) El módulo, la dirección y el sentido de la aceleración adquirida por el electrón en ese instante, efectuando un esquema gráfico en la explicación. (b) La energía cinética y el radio de la trayectoria que describiría el electrón al moverse en el campo, justificando la respuesta.

DATOS: $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg (Sept. 2010)

21. Una partícula de masa $m = 4 \times 10^{-16}$ kg y carga $q = -2,85 \times 10^9$ C, que se mueve según el sentido positivo del eje X con velocidad $2,25 \times 10^6$ m/s, penetra en una región del espacio donde existe un campo magnético uniforme de valor $B = 0,9$ T orientado según el sentido positivo del eje Y. Determinar: (a) La fuerza (módulo, dirección y sentido) que actúa sobre la carga. (b) El radio de la trayectoria seguida por la carga dentro del campo magnético.

(Sept. 2010)

22. En una región del espacio existe un campo eléctrico de 3×10^5 N/C en el sentido positivo del eje OZ y un campo magnético de 0,6 T en el sentido positivo del eje OX. (a) Un protón se mueve en el sentido positivo del eje OY. Dibujar un esquema de las fuerzas que actúan sobre él y determinar qué velocidad deberá tener para que no sea desviado de su trayectoria. (b) Si en la misma región del espacio un electrón se moviera en el sentido positivo del eje OY con una velocidad de 10^3 m/s ¿en qué sentido sería desviado?

DATO: $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C (Sept. 2010)

23. Un electrón que se mueve con velocidad $v = 5000$ m/s en el sentido positivo del eje X entra en una región del espacio donde hay un campo magnético uniforme $B = 10^{-2}$ T dirigido en el sentido positivo del eje Z. (a) Calcular la fuerza F que actúa sobre el electrón. (b) Determinar el radio de la órbita circular que describirá el electrón. (c) ¿Cuál es la velocidad angular del electrón? (d) Determinar la energía del electrón antes y después de penetrar en la región del campo magnético.

DATOS: $q_e = 1,60 \times 10^{-19}$ C; $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg (Junio 2011)

24. Un electrón se mueve en las proximidades de un cable conductor rectilíneo e indefinido situado en el eje Y, por el que circula una corriente de 10 A en sentido positivo. Cuando el electrón se encuentra sobre el eje X a una distancia $x = +0,05$ m del cable, se mueve con una velocidad de 10^5 m/s en sentido negativo del eje X. Determinar: (a) El vector campo magnético en la posición del electrón. (b) El vector fuerza magnética que actúa sobre el electrón. (c) El radio de curvatura de la trayectoria que en ese instante inicia el electrón. (d) En qué dirección se debe mover el electrón respecto del hilo para que no se desvíe de su trayectoria.

DATOS: $q_e = 1,60 \times 10^{-19}$ C; $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ U.I. (Sept. 2011)

25. En una región del espacio hay un campo eléctrico $E = 4 \times 10^3 \mathbf{u}_y$ N/C y otro magnético $\mathbf{B} = -0,5 \mathbf{u}_x$ T. Si un protón penetra en esa región con una velocidad perpendicular al campo magnético: (a) ¿Cuál debe ser la velocidad del protón para que al atravesar esa región no se desvíe?

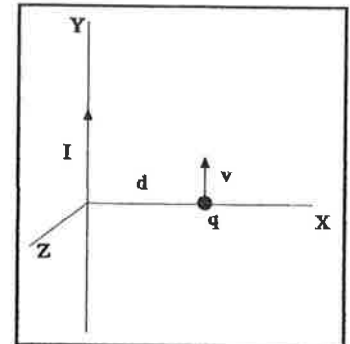
Si se cancela el campo eléctrico y se mantiene el campo magnético: (b) Con la velocidad calculada en el apartado (a), ¿qué tipo de trayectoria describe?; ¿cuál es el radio de la trayectoria? Determinar el trabajo realizado por la fuerza que soporta el protón y la energía cinética con la que el protón describe esa trayectoria.

DATOS: $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg; $q_e = 1,60 \times 10^{-19}$ C (Junio 2014)

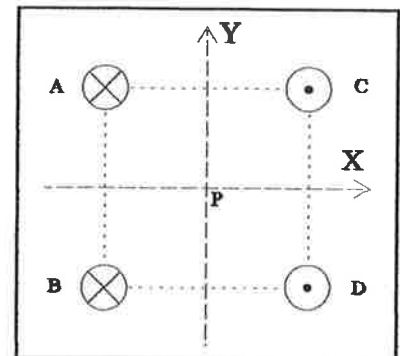
26. Dos partículas cargadas A y B, de idéntica masa, describen órbitas circulares en el seno de un campo magnético uniforme. El periodo del movimiento circular descrito por A es el doble que el descrito por B y el módulo de la velocidad de ambas es de 1000 m/s. Calcular:
- (a) La carga de la partícula B sabiendo que la carga de la partícula A es de $3,2 \times 10^{-19}$ C.
- (b) El radio de la circunferencia que describe la partícula B si el radio de la trayectoria descrita por la partícula A es de 10^{-6} m.
- (Junio 2014)

27. Una carga $q = -10^{-11}$ C de masa $m = 5 \times 10^{-21}$ kg se mueve en la plano XY con una velocidad $v = 300$ m/s en el seno de un campo magnético $B = 5 u_z \mu\text{T}$ describiendo una trayectoria circular. Determinar: (a) El radio de giro de la carga y su periodo. (b) El campo eléctrico que habría que aplicar para que la carga describiera una trayectoria rectilínea en el instante en el que su velocidad es paralela al eje X y con sentido positivo.
- (Sept. 2014)

28. Considerar un hilo rectilíneo muy largo dirigido a lo largo del eje Y, por el que circula una intensidad de corriente $I = 3$ A. A una distancia $d = 1$ m del hilo, una carga $q = 5 \mu\text{C}$ se mueve inicialmente a la velocidad $v = 20$ m/s en sentido positivo del eje Y, tal y como se indica en la figura. Determinar: (a) El valor del campo magnético B en el punto en el que se encuentra inicialmente la carga q y la fuerza que ésta experimenta. (b) La carga que habría que situar en $(d/2, 0, 0)$ para compensar la fuerza magnética que ejerce el hilo sobre q en el mismo instante inicial.
- DATOS: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ U.I.
- (Junio 2015)



29. Cuatro conductores muy largos y paralelos transportan intensidades de corriente iguales, de valor 5 A. La disposición de los conductores y sus sentidos de circulación de la corriente vienen indicados en la figura. El lado del cuadrado mide 0,2 m. Calcular: (a) El vector campo magnético producido por el conductor A en el punto P, situado en el centro del cuadrado. (b) El vector campo magnético producido por los cuatro conductores en el centro del cuadrado.
- DATO: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ U.I.
- (Sept. 2015)



30. Una barra metálica, inicialmente coincidente con el eje Y, se desplaza a lo largo del sentido positivo del eje X con una velocidad constante $v = 2$ m/s. En toda esta región del espacio existe un campo magnético uniforme, dirigido en el sentido positivo del eje Z, de valor $B = 10^{-4}$ T. Calcular: (a) La fuerza magnética que experimenta un electrón de la barra metálica. (b) El campo eléctrico necesario para compensar la mencionada fuerza magnética.
- DATO: $q_e = 1,60 \times 10^{-19}$ C.
- (Junio 2016)

Tema 8. Inducción electromagnética

CUESTIONES

1. Si una espira circular conductora gira en un campo magnético uniforme alrededor de un diámetro perpendicular a su dirección, con una velocidad de 300 rpm, ¿cuál es el valor de la frecuencia de la corriente alterna inducida?. Enunciar las leyes en que se basa este ejercicio. *(Junio 1994)*

2. Un transformador consta de dos bobinas, una de 10000 espiras y otra de 200 espiras: (a) ¿Cuál es el primario si se desea elevar la tensión?. (b) Si se aplica al primario una tensión de 220 V, ¿cuál es la tensión en los bornes del secundario?. *(Junio 1995)*

3. Explicar el fundamento físico del funcionamiento de un generador de corriente alterna. ¿Qué ley fundamental del electromagnetismo se necesita para ello?. ¿Cuál es su enunciado? *(Junio 1996)*

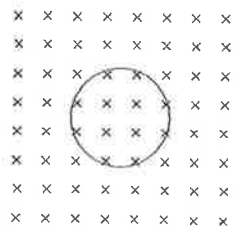
4. (a) ¿Qué es un transformador?. ¿Por qué son útiles para el transporte de la energía eléctrica?. (b) Si el primario de un transformador tiene 1200 espiras y el secundario 100, ¿qué tensión habrá que aplicar al primario para tener en la salida del secundario 6 V? *(Junio 1999)*

5. Una espira se coloca perpendicularmente a un campo magnético uniforme B . ¿En qué caso será mayor la fuerza electromotriz inducida en la espira?: (a) Si B disminuye linealmente de 300 mT a 0 en 1 ms. (b) Si B aumenta linealmente de 1 T a 1,2 T en 1 ms. *(Junio 2001)*

6. Una bobina de sección circular gira alrededor de uno de sus diámetros en un campo magnético uniforme de dirección perpendicular al eje de giro. Sabiendo que el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida es de 50 V cuando la frecuencia es de 60 Hz, determinar el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida: (a) si la frecuencia es 180 Hz en presencia del mismo campo magnético; (b) si la frecuencia es 120 Hz y el valor del campo magnético se duplica. *(Junio 2002)*

7. Para transformar el voltaje de 220 V de la red eléctrica a un voltaje de 12 V que necesita una lámpara halógena se utiliza un transformador: (a) ¿Qué tipo de transformador debemos utilizar?. Si la bobina del primario tiene 2200 espiras, ¿cuántas espiras debe tener la bobina del secundario?. (b) Si la lámpara funciona con una intensidad de corriente de 5 A, ¿cuál es el valor de la intensidad de la corriente que debe circular por la bobina del primario? *(Junio 2003)*

8. (a) Enunciar las leyes de Faraday y de Lenz de la inducción electromagnética. (b) La espira circular de la figura adjunta está situada en el seno de un campo magnético uniforme. Explicar si existe fuerza electromotriz inducida en los siguientes casos: (b1) la espira se desplaza hacia la derecha; (b2) el valor del campo magnético aumenta linealmente con el tiempo. *(Junio 2004)*



9. Un solenoide de resistencia $3,4 \times 10^{-3} \Omega$ está formado por 100 espiras de hilo de cobre y se encuentra situado en un campo magnético de expresión $B = 0,01 \cos(100\pi t)$ en unidades SI. El eje del solenoide es paralelo a la dirección del campo magnético y la sección transversal del solenoide es de 25 cm². Determinar: (a) La expresión de la fuerza electromotriz inducida y su valor máximo. (b) La expresión de la intensidad de la corriente que recorre el solenoide y su valor máximo. *(Junio 2005)*

10. Una espira metálica circular, de 1 cm de radio y resistencia $10^2 \Omega$, gira en torno a un eje diametral con una velocidad angular de 2π rad/s en una región donde hay un campo magnético uniforme de 0,5 T dirigido según el sentido positivo del eje Z. Si el eje de giro de la espira tiene la dirección del eje X y en el instante $t = 0$ la espira se encuentra situada en el plano XY, determinar:

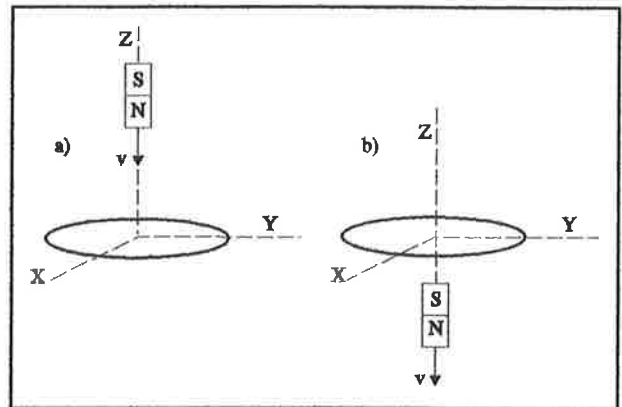
(a) La expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo.

(b) El valor máximo de la intensidad de la corriente que recorre la espira. (Junio 2005)

11. (a) Definir la magnitud flujo magnético. ¿Cuál es su unidad en el SI? (b) Una espira conductora plana se sitúa en el seno de un campo magnético uniforme B . ¿Para qué orientación de la espira el flujo magnético a través de ella es máximo? ¿Para qué orientación es cero el flujo? Razonar la respuesta. (Sept. 2011)

12. Una espira circular de 10 cm de radio, situada inicialmente en el plano XY, gira a 50 rpm en torno a uno de sus diámetros bajo la presencia de un campo magnético $B = 0,3 \mathbf{u}_z$ T. Determinar: (a) El flujo magnético que atraviesa la espira en el instante $t = 2$ s. (b) La expresión matemática de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo. (Junio 2012)

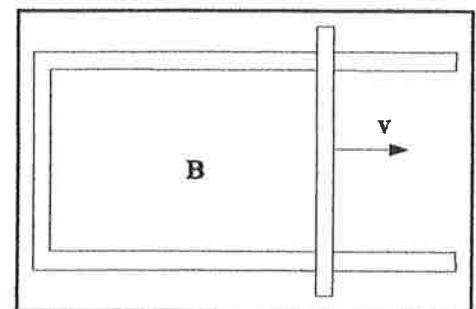
13. Considerar, tal y como se indica en la figura, una espira circular, contenida en el plano X-Y, con centro en el origen de coordenadas. Un imán se mueve a lo largo del eje Z, tal y como también se ilustra en la figura. Justificar razonadamente el sentido que llevará la corriente inducida en la espira si: (a) El imán se acerca a la espira, como se indica en la parte a) de la figura. (b) El imán se aleja de la espira, como se indica en la parte b) de la figura. (Junio 2013)



14. Una bobina circular de 20 cm de radio y 10 espiras se encuentra, en el instante inicial, en el interior de un campo magnético uniforme de 0,04 T, que es perpendicular al plano de su superficie. Si la bobina comienza a girar alrededor de uno de sus diámetros, determinar: (a) El flujo magnético máximo que atraviesa la bobina. (b) La fuerza electromotriz inducida (fem) en la bobina en el instante $t = 0,1$ s, si gira con una velocidad angular constante de 120 rpm. (Junio 2013)

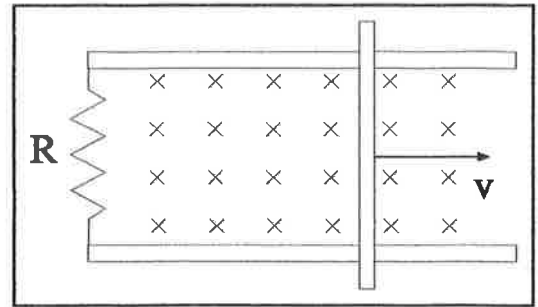
15. Una varilla conductora de longitud L se mueve sin fricción sobre dos rasles paralelos, como se muestra en la figura, en presencia de un campo magnético B uniforme y dirigido hacia dentro del papel con una velocidad constante v , gracias a la aplicación de una fuerza externa. La resistencia total del circuito es R . Calcular: (a) La intensidad de corriente que circula por el circuito, indicando su sentido.

(b) La fuerza externa que actúa sobre la varilla.



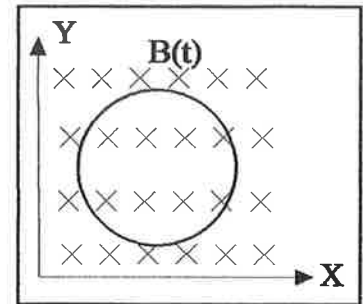
(Junio 2013)

16. Una varilla conductora desliza sin rozamiento con una velocidad de $0,2 \text{ m/s}$ sobre unos raíles también conductores separados 2 cm , tal y como se indica en la figura. El sistema se encuentra en el seno de un campo magnético constante de 5 mT , perpendicular y entrante al plano definido por la varilla y los rales. Sabiendo que la resistencia del sistema es de 4Ω , determinar: (a) El flujo magnético en función del tiempo a través del circuito formado por la varilla y los rales, y el valor de la fuerza electromotriz inducida en la varilla. (b) La intensidad y el sentido de la corriente eléctrica inducida.



(Junio 2015)

17. Se tiene una espira circular de radio $R = 5 \text{ cm}$, cuya resistencia eléctrica total es $1,2 \Omega$. La espira se mantiene contenida en el plano X-Y. Un campo magnético, dependiente del tiempo y uniforme, $B(t) = B_0 t$, siendo $B_0 = 0,005 \text{ T}$, es perpendicular a la espira, tal y como muestra la figura. Calcular: (a) El flujo del campo magnético a través de la espira y la fuerza electromotriz inducida en la misma. Determinar sus valores en el instante $t = 0,3 \text{ s}$. (b) El valor de la intensidad de la corriente que circula por la espira y su sentido indicándolo en la figura.

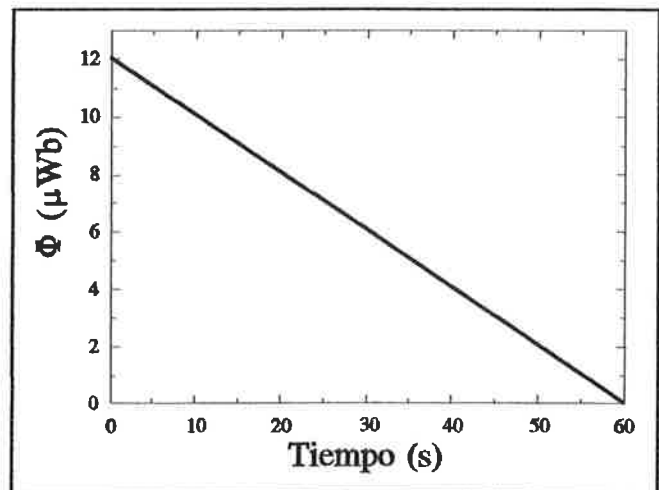


(Junio 2016)

18. Un campo magnético variable en el tiempo de módulo $B = 2 \cos\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ T}$, forma un ángulo de 30° con la normal al plano de una bobina formada por 10 espiras de radio $r = 5 \text{ cm}$. La resistencia total de la bobina es $R = 100 \Omega$. Determinar: (a) El flujo del campo magnético a través de la bobina en función del tiempo. (b) La fuerza electromotriz y la intensidad de corriente inducidas en la bobina en el instante $t = 2 \text{ s}$.

(Junio 2016)

19. La figura representa el flujo magnético a través de un circuito formado por dos raíles conductores paralelos separados 10 cm que descansan sobre el plano XY. Los raíles están unidos, en uno de sus extremos, por un hilo conductor fijo de 10 cm de longitud. El circuito se completa mediante una barra conductora que se desplaza sobre los raíles, acercándose al hilo conductor fijo, con velocidad constante. Determinar: (a) La fuerza electromotriz inducida en el circuito. (b) La velocidad de la barra conductora si el circuito se encuentra inmerso en el seno de un campo magnético constante $B = 200 \text{ u}_z \mu\text{T}$.



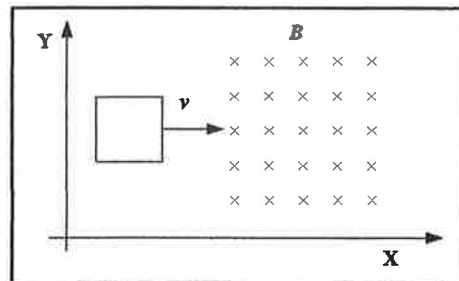
(Sept. 2016)

Tema 8. Inducción electromagnética

PROBLEMAS

1. Un conductor rectilíneo de 10 cm de longitud está colocado en un campo magnético uniforme de 2 T, perpendicularmente a su dirección. Si dicho conductor se traslada con una velocidad de módulo constante e igual a 0,8 m/s, en una dirección perpendicular a la dirección del campo magnético y al propio conductor, calcular:
- (a) El flujo magnético a través de la superficie barrida por el conductor en 10 segundos.
 (b) La diferencia de potencial inducida entre los extremos del conductor. (Junio 1996)

2. Una espira cuadrada de 5 cm de lado, situada en el plano XY, se desplaza con velocidad $v = 2 \mathbf{u}_x$ cm/s, penetrando en el instante $t = 0$ en una región del espacio en donde hay un campo magnético uniforme $\mathbf{B} = -0,2 \mathbf{u}_z$ T, según se indica en la figura.

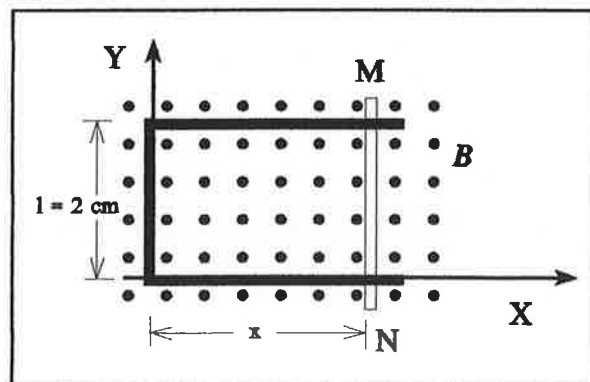


- (a) Determinar la fuerza electromotriz inducida y representarla gráficamente en función del tiempo.
 (b) Calcular la intensidad de la corriente en la espira si su resistencia es de 10 Ω . Hacer un esquema, indicando el sentido de la corriente. (Junio 1998)

3. Una bobina circular de 30 vueltas y 4 cm de radio, se coloca en un campo magnético dirigido perpendicularmente al plano de la bobina. El módulo del campo magnético varía con el tiempo de acuerdo con la expresión: $B = 0,01t + 0,04t^2$ donde t está expresado en segundos y B en teslas. Calcular: (a) El flujo magnético que atraviesa la bobina en función del tiempo. (b) La fem inducida en la bobina para $t = 5$ s.

(Junio 2000)

4. Sobre un hilo conductor de resistencia despreciable, que tiene la forma que se indica en la figura, se puede deslizar una varilla MN de resistencia $R = 10 \Omega$ en presencia de un campo magnético uniforme B , de valor 50 mT, perpendicular al plano del circuito. La varilla oscila en la dirección del eje X de acuerdo con la expresión:



$$x = x_0 + A \sin \omega t$$

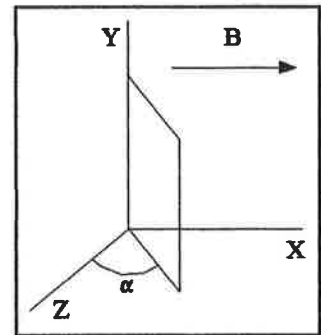
- siendo $x_0 = 10$ cm, $A = 5$ cm, y el periodo de oscilación 10 s. (a) Calcular y representar gráficamente, en función del tiempo, el flujo magnético que atraviesa el circuito. (b) Calcular y representar gráficamente, en función del tiempo, la intensidad de corriente eléctrica en el circuito. (Junio 2001)

5. Un solenoide de 20 Ω de resistencia está formado por 500 espiras circulares de 2,5 cm de diámetro. El solenoide está situado en un campo magnético uniforme de valor 0,3 T, siendo el eje del solenoide paralelo a la dirección del campo. Si el campo magnético disminuye uniformemente hasta anularse en 0,1 s, determinar: (a) El flujo inicial que atraviesa el solenoide y la fuerza electromotriz inducida. (b) La intensidad recorrida por el solenoide y la carga transportada en ese intervalo de tiempo. (Sept. 2003)

6. Una espira conductora circular de 4 cm de radio y de $0,5 \Omega$ de resistencia está situada inicialmente en el plano XY. La espira se encuentra sometida a la acción de un campo magnético uniforme B , perpendicular al plano de la espira y en el sentido positivo del eje Z. (a) Si el campo magnético aumenta a razón de $0,6 \text{ T/s}$, determinar la fuerza electromotriz y la intensidad de la corriente inducida en la espira, indicando el sentido de la misma. (b) Si el campo magnético se estabiliza en un valor constante de $0,8 \text{ T}$, y la espira gira alrededor de uno de sus diámetros con velocidad angular constante de $10\pi \text{ rad/s}$, determinar en estas condiciones el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida. (Sept. 2004)

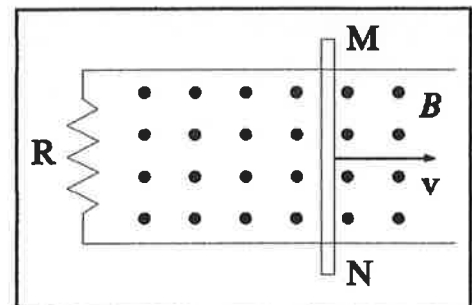
7. Una espira circular de $0,2 \text{ m}$ de radio se sitúa en un campo magnético uniforme de $0,2 \text{ T}$ con su eje paralelo a la dirección del campo. Determinar la fuerza electromotriz inducida en la espira si en $0,1 \text{ s}$ y de manera uniforme: (a) Se duplica el valor del campo. (b) Se reduce el valor del campo a cero. (c) Se invierte el sentido del campo. (d) Se gira la espira un ángulo de 90° en torno a un eje diametral perpendicular a la dirección del campo magnético. (Sept. 2005)

8. Una espira cuadrada de $1,5 \Omega$ de resistencia está inmersa en un campo magnético uniforme $B = 0,03 \text{ T}$ dirigido según el sentido positivo del eje X. La espira tiene 2 cm de lado y forma un ángulo α variable con el plano YZ como se muestra en la figura. (a) Si se hace girar la espira alrededor del eje Y con una frecuencia de rotación de 60 Hz , siendo $\alpha = \pi/2$ en el instante $t = 0$, obtener la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo. (b) ¿Cuál debe ser la velocidad angular de la espira para que la corriente máxima que circule por ella sea de 2 mA ? (Junio 2006)

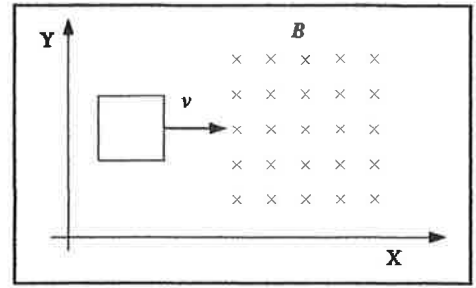


9. Un campo magnético uniforme forma un ángulo de 30° con el eje de una bobina de 200 vueltas y radio 5 cm . Si el campo magnético aumenta a razón de 60 T/s , permaneciendo constante la dirección, determinar: (a) La variación del flujo magnético a través de la bobina por unidad de tiempo. (b) La fuerza electromotriz inducida en la bobina. (c) La intensidad de la corriente inducida, si la resistencia de la bobina es 150Ω . (d) ¿Cuál sería la fuerza electromotriz inducida en la bobina, si en las condiciones del enunciado el campo magnético disminuyera a razón de 60 T/s en lugar de aumentar? (Sept. 2006)

10. En el circuito de la figura la varilla MN se mueve con una velocidad constante de valor $v = 2 \text{ m/s}$ en dirección perpendicular a un campo magnético uniforme de valor $0,4 \text{ T}$. Sabiendo que el valor de la resistencia R es 60Ω y que la longitud de la varilla es $1,2 \text{ m}$: (a) Determinar la fuerza electromotriz inducida y la intensidad de la corriente que circula en el circuito. (b) Si a partir de un cierto instante ($t = 0$) la varilla se frena con aceleración constante hasta pararse en 2 s , determinar la expresión matemática de la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo, en el intervalo de 0 a 2 segundos. (Junio 2007)

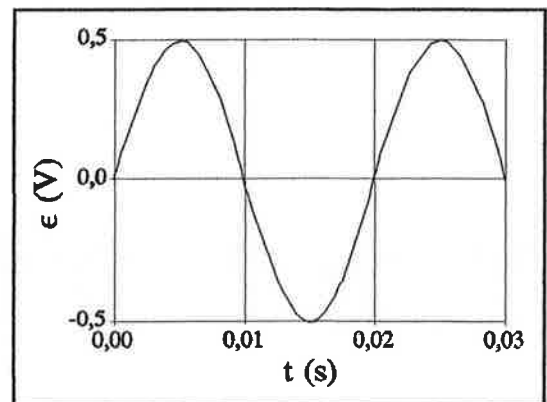


11. Una espira cuadrada de 5 cm de lado, situada en el plano XY, se desplaza con velocidad constante en la dirección del eje X como se muestra en la figura. En el instante $t = 0$ la espira encuentra una región del espacio donde hay un campo magnético uniforme $B = 0,1$ T, perpendicular al plano XY con sentido hacia dentro del papel (ver figura). (a) Sabiendo que la espira tarda 2 s en penetrar completamente dentro del campo magnético, y que durante este tiempo se induce una corriente eléctrica de 5×10^{-5} A, calcular la velocidad y la resistencia de la espira. (b) Representar gráficamente la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo desde el instante $t = 0$ e indicar el sentido de la corriente inducida en la espira. (Sept. 2007)

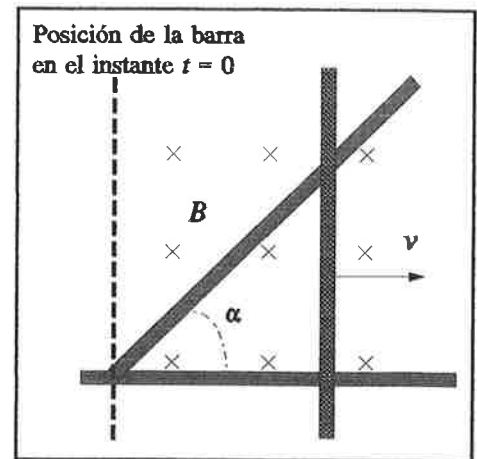


12. Una espira circular de radio $r = 5$ cm y resistencia $0,5 \Omega$ se encuentra en reposo en una región del espacio con campo magnético $B = 2 u_z$ T. El eje normal a la espira en su centro forma 0° con el eje Z. A partir de un instante $t = 0$ la espira comienza a girar con velocidad angular constante $\omega = \pi$ rad/s en torno a un eje diametral. Se pide: (a) La expresión del flujo magnético a través de la espira en función del tiempo t , para $t > 0$. (b) La expresión de la corriente inducida en la espira en función de t . (Junio 2008)
13. Una espira circular de sección 40 cm^2 está situada en un campo magnético uniforme de módulo $B = 0,1$ T, siendo el eje de la espira paralelo a las líneas del campo magnético: (a) Si la espira gira alrededor de uno de sus diámetros con una frecuencia de 50 Hz, determinar la fuerza electromotriz máxima inducida en la espira, así como el valor de la fuerza electromotriz 0,1 s después de comenzar a girar. (b) Si la espira está inmóvil y el módulo del campo magnético disminuye de manera uniforme hasta hacerse nulo en 0,01 s, determinar la fuerza electromotriz inducida en la espira en ese intervalo de tiempo. (Junio 2010)

14. Se hace girar una espira conductora circular de 5 cm de radio respecto a uno de sus diámetros en una región con un campo magnético uniforme de módulo B y dirección perpendicular a dicho diámetro. La fuerza electromotriz inducida (ϵ) en la espira depende del tiempo (t) como se muestra en la figura. Teniendo en cuenta los datos de esta figura, determinar: (a) La frecuencia de giro de la espira y el valor de B. (b) La expresión del flujo de campo magnético a través de la espira en función del tiempo. (Junio 2011)



15. Se tiene el circuito de la figura en forma de triángulo rectángulo, formado por una barra conductora vertical que se desliza horizontalmente hacia la derecha con velocidad constante $v = 2,3 \text{ m/s}$ sobre dos barras conductoras fijas que forman un ángulo $\alpha = 45^\circ$. Perpendicular al plano del circuito hay un campo magnético uniforme y constante $B = 0,5 \text{ T}$ cuyo sentido es entrante en el plano del papel. Si en el instante inicial $t = 0$ la barra se encuentra en el vértice izquierdo del circuito: (a) Calcular la fuerza electromotriz inducida en el circuito en el instante de tiempo $t = 15 \text{ s}$. (b) Calcular la corriente eléctrica que circula por el circuito en el instante $t = 15 \text{ s}$, si la resistencia eléctrica total del circuito en ese instante es 5Ω . Indicar el sentido en el que circula la corriente eléctrica.



- (Junio 2012)
16. Una espira circular de 2 cm de radio se encuentra en el seno de un campo magnético uniforme $B = 3,6 \text{ T}$ paralelo al eje Z . Inicialmente la espira se encuentra contenida en el plano XY . En el instante $t = 0$ la espira empieza a rotar en torno a un eje diametral con una velocidad angular constante $\omega = 6 \text{ rad/s}$. (a) Si la resistencia total de la espira es de 3Ω , determinar la máxima intensidad de corriente eléctrica inducida en la espira e indicar para qué orientación de la espira se alcanza. (b) Obtener el valor de la fuerza electromotriz inducida en la espira en el instante $t = 3 \text{ s}$. (Junio 2014)
17. Una bobina está formada por un total de 300 vueltas de un hilo conductor de espesor despreciable. Cada vuelta tiene forma cuadrada de 20 cm de lado. La bobina está inmersa en un campo magnético uniforme, perpendicular al plano de la misma. (a) Determine la fuerza electromotriz inducida (fem) en la bobina si el campo varía linealmente de 0 a 1 T en 1 s . (b) Si la resistencia total de la bobina es de 6Ω , calcular la corriente que circula. Explicar mediante un diagrama, el sentido de la corriente en función del sentido elegido para el campo magnético. (Junio 2015)

Tema 9. Las ondas electromagnéticas

CUESTIONES

1. Hallar el intervalo de energías de los fotones del espectro visible, que se extiende aproximadamente, desde las longitudes de onda en el vacío de 4×10^{-7} m (luz violeta) a 7×10^{-7} m (luz roja).
DATOS: $h = 6,626 \times 10^{-34}$ Js; $c = 3 \times 10^8$ m/s *(Junio 1994)*
2. La longitud de onda de cierta cadena de emisoras está comprendida entre 300 m y 1000 m.
¿Qué emisiones se propagan a mayor velocidad, las de onda corta o las de onda larga?
¿Entre qué valores está comprendida la frecuencia de dichas ondas? *(Junio 1995)*
3. ¿Qué analogías y diferencias esenciales se pueden establecer entre los rayos X y los rayos γ ? Explicar brevemente el origen de ambas radiaciones. *(Sept. 1997)*
4. Discutir si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:
 - (a) Un fotón de luz roja tiene mayor longitud de onda que un fotón de luz azul.
 - (b) Un fotón de luz amarilla tiene mayor frecuencia que un fotón de luz azul.
 - (c) Un fotón de luz verde tiene menor velocidad de propagación en el vacío que un fotón de luz amarilla.
 - (d) Un fotón de luz naranja es más energético que un fotón de luz roja. *(Junio 2009)*

Tema 10. Movimiento armónico simple

CUESTIONES

1. Explicar cómo varía la energía mecánica de un oscilador lineal si: **(a)** se duplica la amplitud; **(b)** se duplica la frecuencia; **(c)** se duplica la amplitud y se reduce la frecuencia a la mitad.
(Junio 1994)
2. ¿De qué magnitudes dependen los valores máximos de la velocidad y de la aceleración en un movimiento armónico simple? ¿En qué posiciones de la trayectoria se consiguen estos valores?
(Sept. 1995)
3. Un péndulo simple oscila en la superficie de la Tierra con un periodo de 2 segundos. Sabiendo que la masa de la Luna es 0,012 veces la masa de la Tierra y que el radio lunar es 0,27 veces el radio terrestre, ¿cuál sería el periodo de oscilación del mismo péndulo en la superficie de la Luna?
(Junio 1996)
4. La aceleración del movimiento de una partícula viene expresada por la relación $a = -k y$, siendo y el desplazamiento respecto a la posición de equilibrio y k una constante. ¿De qué movimiento se trata? ¿Qué representa k ? ¿Cuál es la ecuación del citado movimiento?
(Junio 1997)
5. Se dispone de un oscilador armónico formado por una masa m sujeta a un muelle de constante elástica k . Si en ausencia de rozamientos se duplica la energía mecánica del oscilador, explicar qué ocurre con: **(a)** La amplitud y la frecuencia de las oscilaciones. **(b)** La velocidad máxima y el periodo de oscilación.
(Junio 1998)
6. Una partícula realiza un movimiento armónico simple con una amplitud de 8 cm y un periodo de 4 s. Sabiendo que en el instante inicial la partícula se encuentra en la posición de elongación máxima: **(a)** Determinar la posición de la partícula en función del tiempo. **(b)** ¿Cuáles son los valores de la velocidad y de la aceleración 5 s después de que la partícula pase por un extremo de la trayectoria?
(Sept. 1998)
7. Una partícula que realiza un movimiento armónico simple recorre una distancia total de 20 cm en cada vibración completa y su máxima aceleración es de 50 cm/s^2 . **(a)** ¿Cuáles son los valores de su amplitud, periodo y velocidad máxima? **(b)** ¿En qué posiciones de la trayectoria se consiguen los valores máximos de la velocidad y de la aceleración?
(Junio 1999)
8. Una masa m oscila en el extremo de un resorte vertical con una frecuencia de 1 Hz y una amplitud de 5 cm. Cuando se añade otra masa de 300 g, la frecuencia de oscilación es de 0,5 Hz. Determinar: **(a)** El valor de la masa m y de la constante recuperadora del resorte. **(b)** El valor de la amplitud de oscilación en el segundo caso si la energía mecánica del sistema es la misma en ambos casos.
(Sept. 1999)
9. Un muelle, cuya constante de elasticidad es k , está unido a una masa puntual de valor m . Separando la masa de la posición de equilibrio, el sistema comienza a oscilar. Determinar: **(a)** El valor del periodo de las oscilaciones T , y su frecuencia angular ω . **(b)** Las expresiones de las energías cinética, potencial y total en función de la amplitud y de la elongación del movimiento del sistema oscilante.
(Junio 2001)

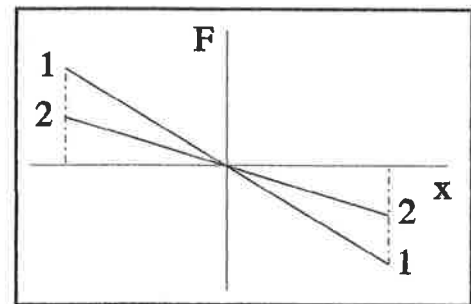
10. Una partícula efectúa un movimiento armónico simple cuyo periodo es igual a 1 s. Sabiendo que en el instante $t = 0$ su elongación es 0,70 cm y su velocidad 4,40 cm/s, calcular: (a) La amplitud y la fase inicial. (b) La máxima aceleración de la partícula. (Sept. 2001)

11. Una partícula de masa 3 g oscila con movimiento armónico simple de elongación en función del tiempo:

$$x = 0,5 \cos (0,4t + 0,1)$$
en unidades del S.I.. Determinar: (a) La amplitud, la frecuencia, la fase inicial y la posición de la partícula en $t = 20$ s. (b) Las energías cinéticas máxima y mínima de la partícula que oscila, indicando en qué posiciones se alcanzan. (Junio 2003)

12. (a) Al colgar una masa en el extremo de un muelle en posición vertical, éste se desplaza 5 cm; ¿de qué magnitudes del sistema depende la relación entre dicho desplazamiento y la aceleración de la gravedad? (b) Calcular el periodo de oscilación del sistema muelle-masa anterior si se deja oscilar en posición horizontal (sin rozamiento).
 DATO: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ (Junio 2004)

13. Se tienen dos muelles de constantes elásticas k_1 y k_2 en cuyos extremos se disponen dos masas m_1 y m_2 respectivamente, y tal que $m_1 < m_2$. Al oscilar, las fuerzas que actúan sobre cada una de estas masas en función de la elongación aparecen representadas en la figura.
 (a) ¿Cuál es el muelle de mayor constante elástica?
 (b) ¿Cuál de estas masas tendrá mayor periodo de oscilación? (Sept. 2005)



14. Una partícula que describe un movimiento armónico simple recorre una distancia de 16 cm en cada ciclo de su movimiento y su aceleración máxima es de 48 m/s^2 . Calcular: (a) la frecuencia y el periodo del movimiento; (b) la velocidad máxima de la partícula (Sept. 2006)

15. Un objeto de 2,5 kg está unido a un muelle horizontal y realiza un movimiento armónico simple sobre una superficie horizontal sin rozamiento con una amplitud de 5 cm y una frecuencia de 3,3 Hz. Determinar: (a) El periodo del movimiento y la constante elástica del muelle. (b) La velocidad máxima y la aceleración máxima del objeto. (Junio 2007)

16. Un cuerpo de masa m está suspendido de un muelle de constante elástica k . Se tira verticalmente del cuerpo desplazando éste una distancia y respecto de su posición de equilibrio, y se le deja oscilar libremente. Si en las mismas condiciones del caso anterior el desplazamiento hubiese sido $2y$, deducir la relación que existe, en ambos casos, entre: (a) las velocidades máximas del cuerpo; (b) las energías mecánicas del sistema oscilante. (Junio 2008)

17. Una partícula que realiza un movimiento armónico simple de 10 cm de amplitud tarda 2 s en efectuar una oscilación completa. Si en el instante $t = 0$ su velocidad era nula y la elongación positiva, determinar:
 (a) La expresión matemática que representa la elongación en función del tiempo.
 (b) La velocidad y la aceleración de oscilación en el instante $t = 0,25$ s. (Sept. 2008)

18. Un bloque de 200 g unido a un muelle horizontal realiza un movimiento armónico simple sobre una superficie horizontal sin rozamiento con un periodo de 0,25 s. Si la energía total del sistema es 8 J, determinar: (a) La constante elástica del muelle. (b) La amplitud del movimiento. (Junio 2010)

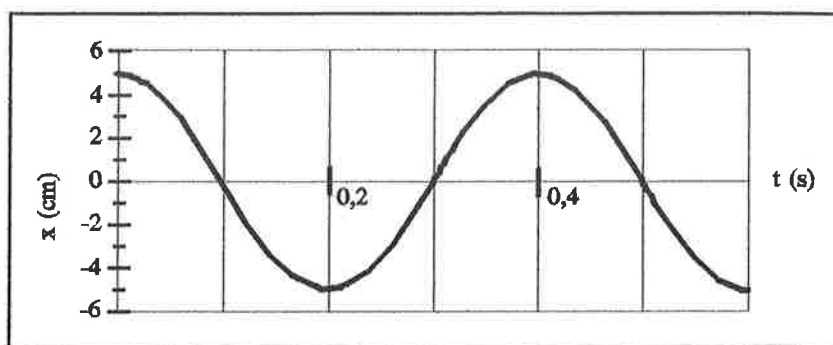
19. Una partícula realiza un movimiento armónico simple. Si la frecuencia de oscilación se reduce a la mitad manteniendo constante la amplitud de oscilación, explicar qué ocurre con: (a) el periodo; (b) la velocidad máxima; (c) la aceleración máxima y (d) la energía mecánica de la partícula. *(Junio 2010)*

20. La gráfica muestra el desplazamiento horizontal $x = x(t)$ respecto del equilibrio de una masa de 0,5 kg unida a un muelle.

(a) Obtener la constante elástica del muelle.

(b) Determinar las energías cinética y potencial del sistema en el instante $t = 0,25$ s.

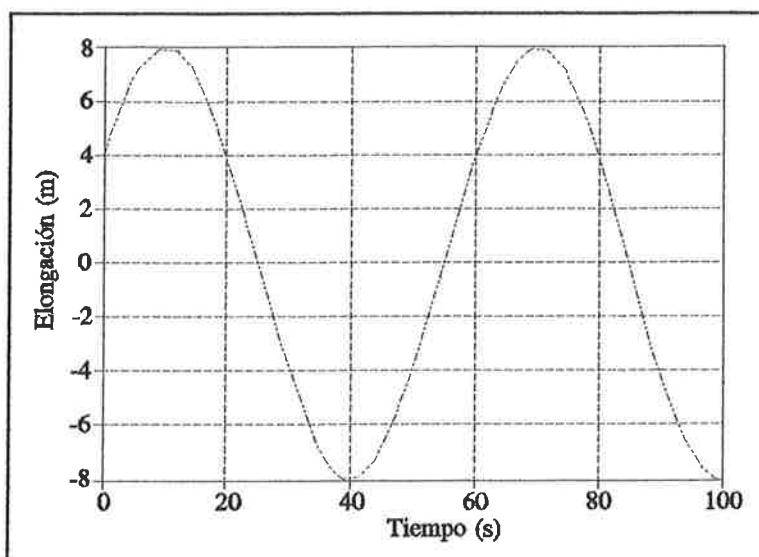
(Junio 2010)



21. Un objeto de 2 kg de masa unido al extremo de un muelle oscila a lo largo del eje X con una amplitud de 20 cm sobre una superficie horizontal sin rozamiento. El objeto tarda 9 s en completar 30 oscilaciones, y en el instante de tiempo $t = 0$ su posición era $x_0 = +10$ cm y su velocidad positiva. Determinar: (a) La velocidad del objeto en el instante $t = 1,2$ s. (b) La energía cinética máxima del objeto. *(Junio 2012)*

22. Una masa m oscila en el extremo de un muelle con una frecuencia de 1 Hz. Calcular: (a) El valor de la masa m , y el de la constante elástica k del muelle si cuando se añade otra masa de 0,3 kg la frecuencia de oscilación es de 0,5 Hz. (b) La masa que hay que añadir a la ya existente m , para que el periodo de oscilación se haga el triple. *(Junio 2013)*

23. La figura representa la elongación de un oscilador armónico en función del tiempo. Determinar: (a) La amplitud y el periodo. (b) La ecuación de la elongación del oscilador en función del tiempo. *(Sept. 2014)*



24. Un bloque de masa $m = 0,2 \text{ kg}$ está unido al extremo libre de un muelle horizontal de constante elástica $k = 2 \text{ N/m}$ que se encuentra fijo a una pared. Al comprimir el muelle y después soltarlo, la masa realiza un movimiento armónico simple con una velocidad máxima de $15,8 \text{ cm/s}$ al deslizarse sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Calcular: **(a)** El periodo y la amplitud. **(b)** La fuerza máxima que actúa sobre el bloque y la energía potencial máxima que adquiere. *(Junio 2015)*
25. Considerar una masa $m = 0,3 \text{ kg}$ sujeta al extremo de un muelle, del que se sabe que una fuerza de 10 N le produce una deformación de 2 cm . El sistema se encuentra sobre una superficie horizontal sin rozamiento. **(a)** Determinar la fuerza que se requiere para que el muelle se comprima 3 cm . **(b)** Si en estas últimas condiciones se suelta el muelle, ¿cuál será la velocidad de la masa cuando el muelle recupere su longitud natural? *(Junio 2015)*
26. Una masa puntual de 2 g unida a un muelle de masa despreciable se mueve con una velocidad dada por la expresión: $v(t) = 5 \text{ sen} \left(\frac{\pi}{2} t + \frac{3\pi}{2} \right) \text{ cm/s}$. Determinar:
(a) La amplitud de oscilación y la fase inicial del movimiento.
(b) Las energías cinética y potencial en el instante $t = 1 \text{ s}$. *(Junio 2016)*
27. Un cuerpo que se mueve describiendo un movimiento armónico simple a lo largo del eje X presenta, en el instante inicial, una aceleración nula y una velocidad de $-5 \text{ u}_x \text{ cm/s}$. La frecuencia del movimiento es $0,25 \text{ Hz}$. Determinar: **(a)** La elongación en el instante inicial. Justificar la respuesta. **(b)** La expresión matemática que describe la elongación del movimiento en función del tiempo. *(Sept. 2016)*

Tema 10. Movimiento armónico simple

PROBLEMAS

1. Una partícula cuya masa es 50 g se mueve con movimiento armónico simple de periodo 0,3 s y amplitud 20 cm. Determinar: **(a)** Los valores de la fuerza y de la energía cinética cuando la partícula está situada a 10 cm de la posición de equilibrio. **(b)** La variación de energía potencial cuando la partícula pasa de estar situada a 10 cm a estar situada a 20 cm de la posición de equilibrio. *(Junio 1995)*
2. Una pequeña esfera homogénea de masa 1,2 kg que cuelga de un resorte vertical, de masa despreciable y constante recuperadora $k = 300 \text{ N/m}$, oscila libremente con una velocidad máxima de 30 cm/s. Determinar: **(a)** el periodo del movimiento; **(b)** el desplazamiento máximo de la esfera respecto de la posición de equilibrio; **(c)** las energías cinética, potencial y total de la esfera cuando se encuentra en la posición de desplazamiento máximo. *(Sept. 1996)*
3. Un punto material está animado de un movimiento armónico simple a lo largo del eje X, alrededor de su posición de equilibrio en $x = 0$. En el instante $t = 0$, el punto material está situado en $x = 0$ y se desplaza en el sentido negativo del eje X con una velocidad de 40 cm/s. La frecuencia del movimiento es de 5 Hz. **(a)** Determinar la posición en función del tiempo. **(b)** Calcular la posición y la velocidad en el instante $t = 5$. *(Junio 1998)*
4. Un oscilador armónico constituido por un muelle de masa despreciable, y una masa de 40 g en el extremo, tiene un periodo de oscilación de 2 s. **(a)** ¿Cuál debe ser la masa de un segundo oscilador, construido con un muelle idéntico al primero, para que la frecuencia de oscilación se duplique? **(b)** Si la amplitud de las oscilaciones en ambos osciladores es 10 cm, ¿cuánto vale en cada caso la máxima energía potencial del oscilador y la máxima velocidad alcanzada por su masa? *(Sept. 2000)*
5. Un cuerpo de 200 g unido a un resorte horizontal oscila, sin rozamiento, sobre un mesa a lo largo del eje de las X, con una frecuencia angular $\omega = 8,0 \text{ rad/s}$. En el instante $t = 0$, el alargamiento del resorte es de 4 cm respecto de la posición de equilibrio y el cuerpo lleva en ese instante una velocidad de -20 cm/s. Determinar:
(a) La amplitud y la fase inicial del movimiento armónico simple realizado por el cuerpo.
(b) La constante elástica del resorte y la energía mecánica del sistema. *(Junio 2002)*
6. Una masa de 2 kg está unida a un muelle horizontal cuya constante recuperadora es $k = 10 \text{ N/m}$. El muelle se comprime 5 cm desde la posición de equilibrio ($x = 0$) y se deja en libertad. Determinar: **(a)** La expresión de la posición de la masa en función del tiempo, $x = x(t)$. **(b)** Los módulos de la velocidad y de la aceleración de la masa en un punto situado a 2 cm de la posición de equilibrio. **(c)** La fuerza recuperadora cuando la masa se encuentra en los extremos de la trayectoria. **(d)** La energía mecánica del sistema oscilante.
NOTA: Considerar que los desplazamientos respecto a la posición de equilibrio son positivos cuando el muelle está estirado. *(Junio 2002)*
7. Un bloque de 50 g, conectado a un muelle de constante elástica 35 N/m, oscila en una superficie horizontal sin rozamiento con una amplitud de 4 cm. Cuando el bloque se encuentra a 1 cm de su posición de equilibrio, calcular: **(a)** La fuerza ejercida sobre el bloque. **(b)** La aceleración del bloque. **(c)** La energía potencial elástica del sistema. **(d)** La velocidad del bloque. *(Junio 2003)*

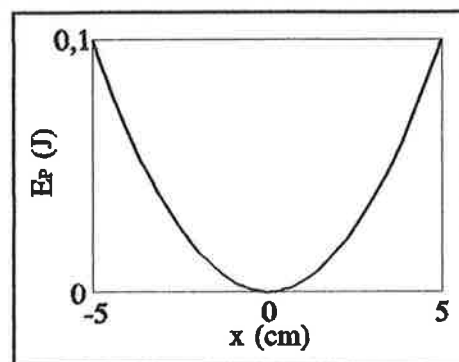
8. Una partícula de 5 g de masa se mueve con un movimiento armónico simple de 6 cm de amplitud a lo largo del eje X. En el instante inicial ($t = 0$) su elongación es de 3 cm y el sentido del desplazamiento hacia el extremo positivo. Un segundo más tarde su elongación es de 6 cm por primera vez. Determinar: (a) La fase inicial y la frecuencia del movimiento. (b) La función matemática que representa la elongación en función del tiempo, $x = x(t)$. (c) Los valores máximos de la velocidad y de la aceleración de la partícula, así como las posiciones donde los alcanza. (d) La fuerza que actúa sobre la partícula en $t = 1$ s y su energía mecánica. *(Junio 2004)*

9. Una partícula de masa 100 g realiza un movimiento armónico simple de amplitud 3 m y cuya aceleración viene dada por la expresión $a = -9\pi^2x$ en unidades SI. Sabiendo que se ha empezado a contar el tiempo cuando la aceleración adquiere su valor absoluto máximo en los desplazamientos positivos, determinar: (a) El periodo y la constante recuperadora del sistema. (b) La expresión matemática del desplazamiento en función del tiempo $x = x(t)$. (c) Los valores absolutos de la velocidad y de la aceleración cuando el desplazamiento es la mitad del máximo. (d) Las energías cinética y potencial en el punto donde tiene velocidad máxima. *(Junio 2005)*

10. (a) Determinar la constante elástica k de un muelle, sabiendo que si se le aplica una fuerza de 0,75 N éste se alarga 2,5 cm respecto a su posición de equilibrio. Uniendo al muelle anterior un cuerpo de masa 1,5 kg se constituye un sistema elástico que se deja oscilar libremente sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Sabiendo que en $t = 0$ el cuerpo se encuentra en la posición de máximo desplazamiento, $x = 30$ cm, respecto a su posición de equilibrio, determinar: (b) La expresión matemática del desplazamiento del cuerpo en función del tiempo. (c) La velocidad y la aceleración máximas del cuerpo. (d) Las energías cinética y potencial cuando el cuerpo se encuentra a 15 cm de la posición de equilibrio. *(Junio 2006)*

11. Una masa puntual de valor 150 g unida a un muelle horizontal de constante elástica $k = 65$ N/m constituye un oscilador armónico simple. Si la amplitud del movimiento es de 5 cm, determinar: (a) La expresión de la velocidad de oscilación de la masa en función de la elongación. (b) La energía potencial elástica del sistema cuando la velocidad de oscilación es nula. (c) La energía cinética del sistema cuando la velocidad de oscilación es máxima. (d) La energía cinética y la energía potencial elástica del sistema cuando el módulo de la aceleración de la masa es igual a 13 m/s². *(Junio 2006)*

12. En la figura se muestra la representación gráfica de la energía potencial (E_p) de un oscilador armónico simple constituido por una masa puntual de valor 200 g unida a un muelle horizontal, en función de su elongación (x). (a) Calcular la constante elástica del muelle. (b) Calcular la aceleración máxima del oscilador. (c) Determinar numéricamente la energía cinética cuando la masa está en la posición $x = +2,3$ cm. (d) ¿Dónde se encuentra la masa puntual cuando el módulo de su velocidad es igual a la cuarta parte de su velocidad máxima? *(Junio 2009)*



13. Una partícula de 0,1 kg de masa se mueve en el eje X describiendo un movimiento armónico simple. La partícula tiene velocidad cero en los puntos de coordenadas $x = -10$ cm y $x = 10$ cm y en el instante $t = 0$ se encuentra en el punto de $x = 10$ cm. Si el periodo de las oscilaciones es de 1,5 s, determinar: (a) La fuerza que actúa sobre la partícula en el instante inicial. (b) La energía mecánica de la partícula. (c) La velocidad máxima de la partícula. (d) La expresión matemática de la posición de la partícula en función del tiempo. *(Junio 2009)*
14. Un sistema masa-muelle está formado por un bloque de 0,75 kg de masa, que se apoya sobre una superficie horizontal sin rozamiento, unido a un muelle de constante recuperadora K. Si el bloque se separa 20 cm de la posición de equilibrio, y se le deja libre desde el reposo, éste empieza a oscilar de tal modo que se producen 10 oscilaciones en 60 s. Determinar: (a) La constante recuperadora K del muelle. (b) La expresión matemática que representa el movimiento del bloque en función del tiempo. (c) La velocidad y la posición del bloque a los 30 s de empezar a oscilar. (d) Los valores máximos de la energía potencial y de la energía cinética alcanzados en este sistema oscilante. *(Junio 2010)*
15. Una partícula se mueve en el eje X, alrededor del punto $x = 0$, describiendo un movimiento armónico simple de periodo 2 s, e inicialmente se encuentra en la posición de elongación máxima positiva. Sabiendo que la fuerza máxima que actúa sobre la partícula es 0,05 N y su energía total 0,02 J, determinar: (a) La amplitud del movimiento que describe la partícula. (b) La masa de la partícula. (c) La expresión matemática del movimiento de la partícula. (d) El valor absoluto de la velocidad cuando se encuentre a 20 cm de la posición de equilibrio. *(Sept. 2010)*
16. Se tiene una masa $m = 1$ kg situada sobre un plano horizontal sin rozamiento unida a un muelle, de masa despreciable, fijo por su otro extremo a la pared. Para mantener estirado el muelle una longitud $x = 3$ cm, respecto de su posición de equilibrio, se requiere una fuerza de $F = 6$ N. Si se deja el sistema masa-muelle en libertad: (a) ¿Cuál es el periodo de oscilación de la masa? (b) Determinar el trabajo realizado por el muelle desde la posición inicial, $x = 3$ cm, hasta su posición de equilibrio, $x = 0$. (c) ¿Cuál será el módulo de la velocidad de la masa cuando se encuentre a 1 cm de su posición de equilibrio? (d) Si el muelle se hubiese estirado inicialmente 5 cm, ¿cuál sería su frecuencia de oscilación? *(Junio 2011)*
17. Un objeto de 100 g de masa, unido al extremo libre de un resorte de constante elástica k , se encuentra sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Se estira, suministrándole una energía elástica de 2 J, comenzando a oscilar desde el reposo con un periodo de 0,25 s. Determinar: (a) La constante elástica y escribir la función matemática que representa la oscilación. (b) La energía cinética cuando han transcurrido 0,1 s. *(Sept. 2012)*
18. Un objeto está unido a un muelle horizontal de constante elástica 2×10^4 N/m. Despreciando el rozamiento: (a) ¿Qué masa ha de tener el objeto si se desea que oscile con una frecuencia de 50 Hz? ¿Depende el periodo de las oscilaciones de la energía inicial con que se estire el muelle? Razonar la respuesta. (b) ¿Cuál es la máxima fuerza que actúa sobre el objeto si la amplitud de las oscilaciones es de 5 cm? *(Junio 2013)*

19. En el extremo libre de un resorte colgado del techo, de longitud 40 cm, se cuelga un objeto de 50 g de masa. Cuando el objeto está en posición de equilibrio con el resorte, este mide 45 cm. Se desplaza el objeto desde la posición de equilibrio 6 cm hacia abajo y se suelta desde el reposo. Calcular: **(a)** El valor de la constante elástica del resorte y la función matemática del movimiento que describe el objeto. **(b)** La velocidad y la aceleración al pasar por el punto de equilibrio cuando el objeto asciende.
 DATO: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ *(Junio 2013)*
20. La velocidad de una partícula que describe un movimiento armónico simple alcanza un valor máximo de 40 cm/s. El periodo de oscilación es de 2,5 s. Calcular: **(a)** La amplitud y la frecuencia angular del movimiento. **(b)** La distancia a la que se encuentra del punto de equilibrio cuando su velocidad es de 10 cm/s. *(Sept. 2013)*
21. Un muelle de longitud en reposo 25 cm cuya constante elástica es $k = 0,2 \text{ N/cm}$ tiene uno de sus extremos fijos a una pared. El extremo libre del muelle se encuentra unido a un cuerpo de masa 300 g, el cual oscila sin rozamiento sobre una superficie horizontal, siendo su energía mecánica igual a 0,3 J. Calcular: **(a)** La velocidad máxima del cuerpo. Indicar en qué posición, medida con respecto al extremo fijo del muelle, se alcanza dicha velocidad. **(b)** La máxima aceleración experimentada por el cuerpo. *(Junio 2014)*
22. Una objeto de 100 g de masa describe un movimiento armónico simple a lo largo del eje X, en torno a $x = 0$. Cuando el objeto se encuentra en el origen de coordenadas, el módulo de su velocidad es 4 m/s y cuando está en el punto $x = +40 \text{ cm}$ es de 2 m/s. Calcular: **(a)** La energía mecánica y la amplitud del movimiento. **(b)** La aceleración de la partícula en $x = +40 \text{ cm}$ y su periodo de oscilación. *(Junio 2014)*
23. Un muelle de masa despreciable y de longitud 5 cm cuelga del techo de una casa en un planeta diferente a la Tierra. Al colgar del muelle una masa de 50 g, la longitud final del muelle es 5,25 cm. Sabiendo que la constante elástica del muelle es 350 N/m: **(a)** Determinar el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta. **(b)** El muelle se separa con respecto a su posición de equilibrio 0,5 cm hacia abajo y a continuación es liberado. Determinar la ecuación que describe el movimiento de la masa que cuelga del muelle. *(Junio 2015)*
24. Un muelle de constante elástica k , masa despreciable y longitud en reposo $l_0 = 15 \text{ cm}$, que está fijado al techo por uno de sus extremos, sufre un estiramiento de $y_0 = 2 \text{ cm}$ al alcanzar la posición de equilibrio cuando de él se cuelga una masa de 0,5 kg. Posteriormente se estira el muelle hasta que su longitud es de 20 cm, se suelta y se deja oscilar el sistema libremente. Determinar: **(a)** La constante elástica, k , del muelle y la frecuencia angular natural de oscilación, ω , del sistema masa-muelle. **(b)** La ecuación del movimiento que describe la masa y la mínima longitud que llega a tener el muelle a lo largo del movimiento.
 DATO: $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$ *(Junio 2015)*
25. Un objeto de masa 0,5 kg, unido a un muelle de constante elástica 8 N/m, oscila horizontalmente sobre una superficie sin rozamiento con un movimiento armónico simple de amplitud 10 cm. **(a)** Calcular los módulos de la aceleración y de la velocidad cuando el objeto se encuentra a 6 cm de la posición de equilibrio. **(b)** Si el objeto comienza el movimiento desde la posición de equilibrio en sentido positivo, ¿qué tiempo mínimo habrá transcurrido cuando alcance una elongación de 8 cm? *(Sept. 2015)*

26. Al colgar una masa $m = 2 \text{ kg}$ de un muelle vertical se produce un alargamiento de $0,4 \text{ m}$ hasta alcanzar el equilibrio. A continuación se tira de la masa produciendo un desplazamiento $d = 10 \text{ cm}$ por debajo de la posición de equilibrio, y se deja oscilar el sistema libremente. Calcular: **(a)** La expresión matemática de la elongación en función del tiempo. **(b)** La energía mecánica del oscilador formado por la masa y el muelle, en cualquier instante.

DATO: $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$

(Junio 2016)

27. Un bloque de 2 kg de masa, que descansa sobre una superficie horizontal, está unido a un extremo de un muelle de masa despreciable y constante elástica $4,5 \text{ N/m}$. El otro extremo del muelle se encuentra unido a una pared. Se comprime el muelle y el bloque comienza a oscilar sobre la superficie. Si en el instante $t = 0$ el bloque se encuentra en el punto de equilibrio y su energía cinética es de $9,0 \times 10^4 \text{ J}$, calcular, despreciando los efectos del rozamiento: **(a)** La ecuación del movimiento $x(t)$, si en $t = 0$ la velocidad del bloque es positiva. **(b)** Los puntos de la trayectoria en los que la energía cinética del bloque es $3,0 \times 10^4 \text{ J}$.

(Junio 2016)

Tema 11. Movimiento ondulatorio

CUESTIONES

1. Un altavoz que se puede asimilar a un foco sonoro puntual que genera ondas esféricas con una potencia de 100 W. **(a)** ¿Cuáles son los valores de la intensidad de la onda sonora en dos puntos A y B que disten del altavoz 4 y 8 m, respectivamente? **(b)** ¿Cuál es la razón entre las amplitudes de las ondas sonoras en dichos puntos? *(Junio 1997)*
2. Una onda armónica que se propaga por un medio unidimensional tiene una frecuencia de 500 Hz y una velocidad de propagación de 350 m/s. **(a)** ¿Qué distancia mínima hay, en un cierto instante, entre dos puntos del medio que oscilan con una diferencia de fase de 60° ? **(b)** ¿Cuál es la diferencia de fase de oscilación, en un cierto punto, para un intervalo de tiempo de 10^{-3} s? *(Junio 1999)*
3. Una onda transversal que se propaga en una cuerda, coincidente con el eje X, tiene por expresión matemática:
$$y(x,t) = 2 \operatorname{sen}(7t - 4x)$$
en unidades S.I. Determinar: **(a)** La velocidad de propagación de la onda y la velocidad máxima de vibración de cualquier punto de la cuerda. **(b)** El tiempo que tarda la onda en recorrer una distancia igual a la longitud de onda. *(Junio 2000)*
4. Uno de los extremos de una cuerda tensa de 6 m de longitud, oscila transversalmente con un movimiento armónico simple de frecuencia 60 Hz. Las ondas generadas alcanzan el otro extremo de la cuerda en 0,5 s. Determinar: **(a)** La longitud de onda y el número de onda de las ondas de la cuerda. **(b)** La diferencia de fase de oscilación existente entre dos puntos de la cuerda separados 10 cm. *(Sept. 2000)*
5. La expresión matemática de una onda armónica transversal que se propaga por una cuerda tensa coincidente con el eje X, es:
$$y = 0,2 \operatorname{sen}(100 \pi t - 200 \pi x)$$
en unidades del S.I.. Determinar: **(a)** Los valores del periodo, la amplitud, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda. **(b)** La expresión matemática de la onda en términos de la función coseno. *(Junio 2001)*
6. Escribir la expresión matemática de una onda armónica unidimensional como una función de x (distancia) y t (tiempo) y que contenga las magnitudes indicadas en cada uno de los siguientes apartados: **(a)** frecuencia angular ω y velocidad de propagación v ; **(b)** periodo T y longitud de onda λ ; **(c)** frecuencia angular ω y número de onda k . **(d)** Explicar por qué es una función doblemente periódica. *(Junio 2002)*
7. Se tiene una onda armónica transversal que se propaga en una cuerda tensa. Si se reduce a la mitad su frecuencia, razonar qué ocurre con: **(a)** el periodo; **(b)** la velocidad de propagación; **(c)** la longitud de onda; **(d)** la amplitud. *(Sept. 2002)*
8. El periodo de una onda transversal que se propaga en una cuerda tensa es de 2×10^{-3} s. Sabiendo además que dos puntos consecutivos cuya diferencia de fase vale $\pi/2$ rad están separados una distancia de 10 cm, calcular: **(a)** la longitud de onda; **(b)** la velocidad de propagación. *(Junio 2003)*

9. La expresión matemática de una onda armónica es

$$y = 3 \text{ sen } (200\pi t - 5x + \pi)$$

estando todas las magnitudes en unidades SI. Determinar: **(a)** La frecuencia y la longitud de onda. **(b)** La amplitud y la velocidad de propagación de la onda. *(Sept. 2003)*

10. Una onda armónica unidimensional está dada en el SI de unidades por la expresión:

$$y(x,t) = 4 \text{ sen } (50t - 4x)$$

Determinar: **(a)** la amplitud; **(b)** el periodo; **(c)** la longitud de onda; **(d)** la velocidad de propagación. *(Junio 2004)*

11. Una partícula oscila con movimiento armónico simple según el eje Y en torno al origen de coordenadas, originando una onda transversal que se propaga en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 20 m/s, una amplitud de 0,02 m y una frecuencia de 10 Hz. Determinar: **(a)** El periodo y la longitud de onda. **(b)** La expresión matemática de la onda, si en $t = 0$ la partícula situada en el origen de coordenadas está en la posición de máxima elongación positiva. *(Sept. 2004)*

12. Una onda sinusoidal transversal en una cuerda tiene un periodo de 0,2 s y se propaga en el sentido negativo del eje X a una velocidad de 30 m/s. En el instante $t = 0$, la partícula de la cuerda en $x = 0$ tiene un desplazamiento positivo de 0,02 m y una velocidad de oscilación negativa de 2 m/s. **(a)** ¿Cuál es la fase inicial? **(b)** ¿Cuál es la amplitud de la onda? **(c)** ¿Cuál es la máxima velocidad de oscilación de los puntos de la cuerda? **(d)** Escribir la función de onda correspondiente. *(Sept. 2007)*

13. La expresión matemática que representa una onda armónica en unidades SI es:

$$y(x,t) = 0,04 \text{ sen } \left(2\pi t - \frac{\pi}{4} x \right)$$

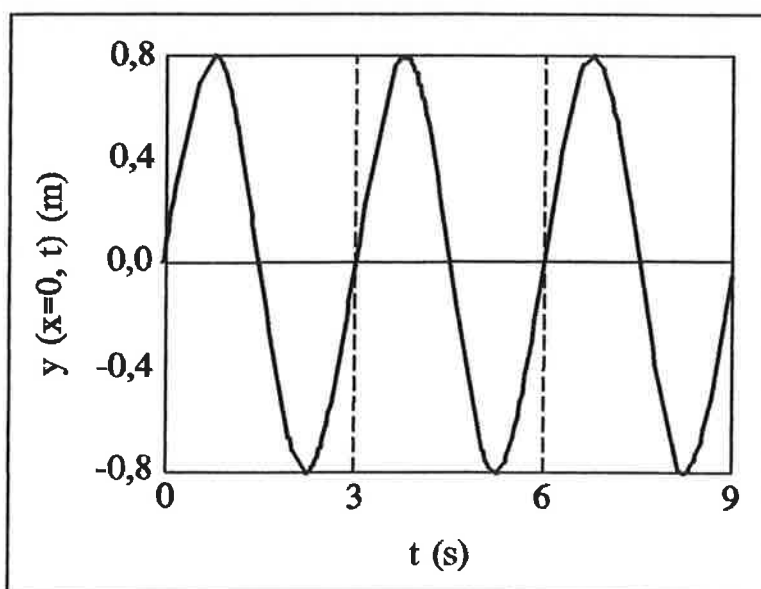
Determinar: **(a)** La frecuencia de la onda y su velocidad de propagación. **(b)** La distancia mínima entre dos puntos que vibran con una diferencia de fase de 120° . *(Junio 2008)*

14. **(a)** Escribir la expresión matemática de una onda armónica transversal unidimensional, $y = y(x,t)$, que se propaga en el sentido positivo del eje X. **(b)** Definir los conceptos de las siguientes magnitudes: amplitud, periodo, longitud de onda y fase inicial. *(Junio 2010)*

15. Una onda armónica transversal de longitud de onda $\lambda = 1$ m se desplaza en el sentido positivo del eje X. En la gráfica se muestra la elongación (y) del punto de coordenada $x = 0$ en función del tiempo. Determinar:

- (a)** La velocidad de propagación de la onda.
(b) La expresión matemática que describe esta onda.

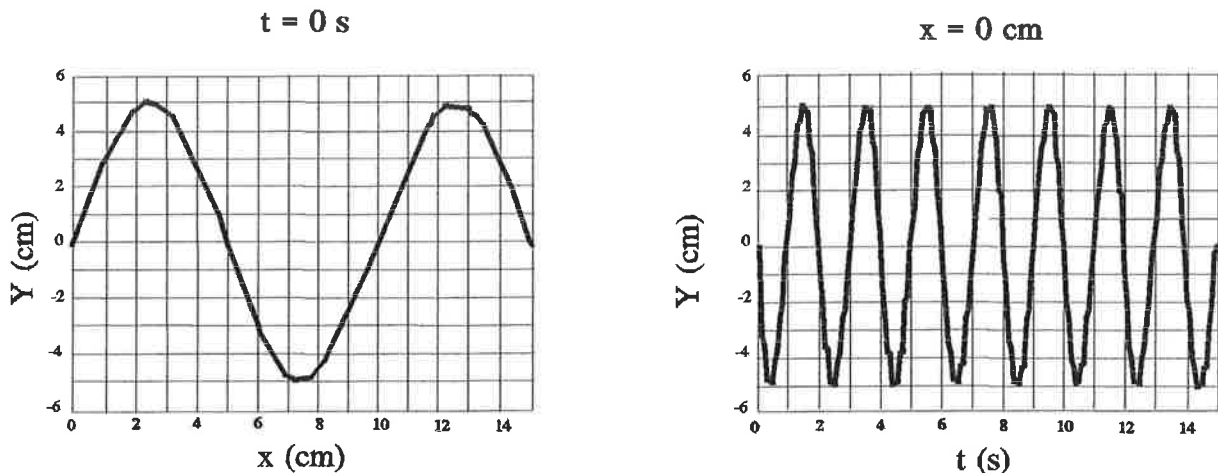
(Sept. 2010)



16. Una onda transversal de amplitud $A = 5$ cm que se propaga por un medio material tarda 2 s en recorrer una distancia de 50 cm, y sus puntos más próximos de igual fase distan entre sí 25 cm. Determinar: (a) La expresión matemática de la función de onda si en el instante $t = 0$ la elongación en el origen, $x = 0$, es nula. (b) La aceleración de un punto de la onda situado en $x = 25$ cm, en el instante $t = 1$ s. *(Junio 2011)*
17. Una onda armónica transversal, de longitud de onda 1 m y amplitud A , se propaga en el sentido negativo del eje X . En el instante inicial, para el punto situado en $x = 0$, la elongación es $y = -A$ y la velocidad de oscilación es nula y 2 s después, su velocidad alcanza (por primera vez) el valor máximo de 0,5 m/s. (a) Calcular la frecuencia y la velocidad de propagación de la onda. (b) Escribir la expresión matemática de la onda. *(Junio 2014)*
18. Una onda sinusoidal con una amplitud de 1,5 m y una frecuencia de 100 Hz viaja a una velocidad de propagación $v = 200$ m/s en la dirección positiva del eje X y oscila en la dirección del eje Y . En el instante $t = 0$ la elongación es máxima y positiva en el punto $x = +3$ m. (a) Calcular la longitud de onda, λ , y el número de onda, k , de la onda. (b) Determinar la expresión matemática que representa la onda. *(Junio 2012)*
19. La función matemática que representa una onda transversal que avanza por una cuerda es $y(x,t) = 0,3 \text{ sen}(100\pi t - 0,4\pi x + \phi_0)$, donde todas las magnitudes están expresadas en unidades del SI. Calcular: (a) La separación entre dos puntos cuya diferencia de fase, en un determinado instante, es de $\pi/5$ radianes. (b) La diferencia de fase entre dos vibraciones de un mismo punto del espacio separadas por un intervalo de tiempo de 5 ms. *(Junio 2013)*
20. Una onda transversal, que se propaga en el sentido positivo del eje X , tiene una velocidad de propagación de 600 m/s y una frecuencia de 500 Hz. Determinar: (a) La mínima separación entre dos puntos del eje X que tengan un desfase de 60° , en el mismo instante. (b) El desfase entre dos elongaciones, en la misma coordenada x , separadas por un intervalo de tiempo de dos milésimas de segundo. *(Junio 2013)*
21. Una onda armónica transversal se propaga en la dirección positiva del eje de las X con una velocidad de 3 m/s, siendo su amplitud de 2 cm y su longitud de onda de 1 m. En el instante inicial, un punto de la perturbación situado en $x = 0$ se encuentra 2 cm por encima del punto de equilibrio. Determinar: (a) La función matemática que representa dicha onda. (b) La velocidad y aceleración de la perturbación en el punto $x = 0,75$ m en el instante $t = \frac{1}{2}$ s. *(Junio 2013)*
22. Una onda transversal se propaga por un medio elástico con una velocidad v , una amplitud A_0 , y oscila con una frecuencia f_0 . Contestar razonadamente a las siguientes cuestiones: (a) Determinar en qué proporción cambiarían la longitud de onda, la velocidad de propagación, el periodo y la amplitud, si se actúa sobre el foco emisor de ondas reduciendo a la mitad la frecuencia de oscilación. (b) Sin alterar su frecuencia f_0 , se modifica la amplitud de la onda haciendo que aumente al doble. ¿En qué proporción cambiarían la velocidad de la onda, la velocidad máxima de las partículas del medio y la longitud de onda? *(Junio 2014)*
23. Una onda armónica transversal se propaga por un medio elástico a lo largo del eje X (sentido positivo) produciendo un desplazamiento en las partículas del medio a lo largo del eje Y . La velocidad de propagación de la onda es de 30 m/s siendo su longitud de onda igual a 3 m. En el instante $t = 0$ s el desplazamiento inducido por la onda en el origen de coordenadas es nulo, siendo la velocidad de vibración positiva. Si el desplazamiento máximo inducido por la onda es igual a 0,2 cm: (a) Escribir la expresión matemática que describe la onda. (b) Determinar la máxima velocidad y aceleración de una partícula del medio. *(Junio 2014)*

24. Una onda armónica transversal viaja por una cuerda con una velocidad de propagación $v = 12 \text{ cm/s}$, una amplitud $A = 1 \text{ cm}$ y una longitud de onda $\lambda = 6 \text{ cm}$. La onda viaja en el sentido negativo de las X y en $t = 0 \text{ s}$ el punto de la cuerda de abscisa $x = 0 \text{ m}$ tiene una elongación $y = -1 \text{ cm}$. Determinar: **(a)** La frecuencia y el número de onda. **(b)** La elongación y la velocidad de oscilación del punto de la cuerda en $x = 0,24 \text{ m}$ y $t = 0,15 \text{ s}$. *(Sept. 2014)*

25. Una onda armónica transversal se propaga en el sentido de las X positivas. A partir de la información contenida en las figuras y justificando la respuesta: **(a)** Determinar el periodo, la frecuencia, el número de onda y la longitud de onda. **(b)** Escribir la expresión de la función de onda. *(Junio 2015)*



26. Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje X. Tiene una amplitud de 20 cm , una longitud de onda de 50 cm y una frecuencia de 10 Hz . Se cumple que, para $x = 0$ y $t = 0$, la elongación es -20 cm . Determinar: **(a)** La velocidad de propagación y escribir la función matemática que representa la onda. **(b)** La diferencia de fase que existe en un instante dado entre dos puntos del eje X separados $12,5 \text{ cm}$. *(Junio 2015)*
27. Una onda elástica transversal de amplitud 3 cm se propaga en la dirección X, sentido negativo, a una velocidad de 5 cm/s . La velocidad máxima de vibración es de $6,28 \text{ cm/s}$ y se sabe que, en el origen y en el instante $t = 0$, la elongación es positiva y máxima. Determinar: **(a)** La expresión de la función de onda. **(b)** El tiempo mínimo requerido para que en el origen se vuelva a alcanzar la elongación positiva máxima. *(Junio 2015)*
28. Una onda armónica transversal se propaga por una cuerda con una amplitud $A = 0,15 \text{ m}$. Un punto de la cuerda tarda un tiempo $t = 1,1 \text{ s}$ en completar una oscilación, y la longitud de onda es de 50 cm . En el instante inicial, $t = 0$, el punto de la cuerda situado sobre el origen de coordenadas se encuentra $0,15 \text{ m}$ por encima del punto de equilibrio. **(a)** Determinar la expresión matemática de la función de onda. **(b)** Calcular las expresiones matemáticas de la velocidad y la aceleración de un punto cualquiera de la cuerda en función del tiempo. *(Junio 2016)*
29. Una onda armónica transversal se desplaza en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 5 m/s y con una frecuencia angular de $\pi/3 \text{ rad/s}$. Si en el instante inicial la elongación en el origen de coordenadas es $3/\pi \text{ cm}$ y la velocidad de oscilación es -1 cm/s , determinar: **(a)** La función de onda. **(b)** La velocidad de oscilación en el instante inicial a una distancia del origen igual a media longitud de onda. *(Sept. 2016)*

Tema 11. Movimiento ondulatorio

PROBLEMAS

1. La ecuación de una onda transversal que se propaga por una cuerda tensa de gran longitud es:

$$y = 16 \operatorname{sen} 2\pi (0,80 t - 1,25 x)$$

donde x e y se expresan en cm y t en segundos. Determinar: **(a)** La velocidad de fase de la onda. **(b)** Los valores de la velocidad máxima y de la aceleración máxima de oscilación de un punto cualquiera de la cuerda. **(c)** La distancia que separa los puntos de la cuerda que oscilan en oposición de fase.. *(Junio 1994)*

2. Un foco puntual situado en el origen de coordenadas realiza un movimiento armónico simple de ecuación:

$$y = 5 \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{3} t \right)$$

donde y se expresa en cm y t en s. Sabiendo que la onda armónica generada se propaga según el sentido positivo del eje OX y tiene una longitud de onda $\lambda = 120$ cm, determinar: **(a)** los valores de la amplitud, pulsación, número de onda y velocidad de fase de la onda armónica generada; **(b)** la expresión matemática de la onda armónica generada; **(c)** la expresión de la elongación, en función del tiempo, del punto de abscisa $x = 30$ cm y su valor transcurridos 2 s desde que el foco comenzó a vibrar. *(Junio 1995)*

3. Una onda armónica transversal que se propaga a lo largo de la dirección positiva del eje de las X, tiene las siguientes características: amplitud = 5 cm; longitud de onda = 8π cm, velocidad de propagación = 40 cm/s. Sabiendo que la elongación de la partícula de abscisa $x = 0$, en el instante $t = 0$, es de 5 cm, determinar: **(a)** el número de onda y la frecuencia angular de la onda; **(b)** la ecuación que representa el movimiento vibratorio armónico simple de la partícula de abscisa $x = 0$; **(c)** la ecuación que representa la onda armónica transversal indicada. *(Junio 1996)*

4. Una onda armónica cuya frecuencia es de 50 Hz, se propaga en la dirección positiva del eje X. Sabiendo que la diferencia de fase, en un instante dado, para dos puntos separados 20 cm es de $\pi/2$ radianes, determinar: **(a)** el periodo, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda; **(b)** en un punto dado, ¿qué diferencia de fase existe entre los desplazamientos que tienen lugar en dos instantes separados por un intervalo de 0,01 s?. *(Junio 1997)*

5. Una partícula de masa 5 g oscila con movimiento armónico simple, en torno a un punto O, con una frecuencia de 12 Hz y una amplitud de 4 cm. En el instante inicial la elongación de la partícula es nula. **(a)** Si dicha oscilación se propaga según el eje X, con una velocidad de 5 m/s, escribir la ecuación que representa la onda unidimensional originada. **(b)** Calcular la energía que transmite la onda generada por el oscilador. *(Sept. 1997)*

6. Una onda armónica transversal se propaga por una cuerda tensa de gran longitud orientada según el eje X. Se observan dos puntos de la cuerda de abscisas $x_1 = 0$ y $x_2 = 1,5$ m, respectivamente, cuyo movimiento está definido por las expresiones:

$$y_1 = 0,5 \operatorname{sen} 3\pi t \quad \text{e} \quad y_2 = 0,5 \operatorname{sen} \left(3\pi t - \frac{\pi}{8} \right)$$

siendo y_1 e y_2 las elongaciones expresadas en cm y t el tiempo en segundos. Determinar: **(a)** la amplitud, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda; **(b)** la expresión matemática que representa dicha onda. *(Junio 1998)*

7. Un tren de ondas armónicas se propaga en un medio unidimensional de forma que las partículas del mismo están animadas de un movimiento armónico simple representado por:

$$y = 4 \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{3} t + \varphi \right) \quad (\text{y en centímetros y } t \text{ en segundos})$$

Determinar: **(a)** la velocidad de propagación de las ondas, sabiendo que su longitud de onda es igual a 240 cm; **(b)** la diferencia de fase en un instante dado correspondiente a dos partículas del medio separadas una distancia de 210 cm. *(Junio 1999)*

8. Un láser de longitud de onda $\lambda = 630$ nm tiene una potencia de 10 mW y un diámetro de haz de 1 mm. Calcular: **(a)** la intensidad del haz; **(b)** el número de fotones por segundo que viajan con el haz.

DATOS: $c = 3 \times 10^8$ m/s; $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js

(Junio 1999)

9. La expresión matemática de una onda armónica transversal que se propaga por una cuerda tensa orientada según el eje X es:

$$y = 0,5 \operatorname{sen} (6\pi t - 2\pi x)$$

donde x e y están expresadas en metros, y t en segundos. Determinar: **(a)** Los valores de la longitud de onda y de la velocidad de propagación de la onda. **(b)** Las expresiones que representan la elongación y la velocidad de vibración en función del tiempo, para un punto de la cuerda situado a una distancia $x = 1,5$ m del origen. **(c)** Los valores máximos de la velocidad y de la aceleración de vibración de los puntos de la cuerda. **(d)** La distancia mínima que separa dos puntos de la cuerda que, en un mismo instante, vibran desfasados 2π radianes. *(Sept. 2001)*

10. Una onda armónica transversal de frecuencia 80 Hz y amplitud 25 cm se propaga a lo largo de una cuerda tensa de gran longitud, orientada según el eje X, con una velocidad de 12 m/s en su sentido positivo. Sabiendo que en el instante $t = 0$ el punto de la cuerda de abscisa $x = 0$ tiene una elongación $y = 0$ y su velocidad de oscilación es positiva, determinar: **(a)** La expresión matemática que representa dicha onda. **(b)** La expresión matemática que representa la velocidad de oscilación en función del tiempo del punto de la cuerda de abscisa $x = 75$ cm. **(c)** Los valores máximos de la velocidad y de la aceleración de oscilación de los puntos de la cuerda. **(d)** La diferencia de fase de oscilación en un mismo instante entre dos puntos de la cuerda separados 37,5 cm. *(Junio 2003)*

11. Una onda transversal se propaga a lo largo de una cuerda horizontal, en el sentido negativo del eje de abscisas, siendo 10 cm la distancia mínima entre dos puntos que oscilan en fase. Sabiendo que la onda está generada por un foco emisor que vibra con un movimiento armónico simple de frecuencia 50 Hz y una amplitud de 4 cm, determinar: **(a)** La velocidad de propagación de la onda. **(b)** La expresión matemática de la onda, si el foco emisor se encuentra en el origen de coordenadas, y en $t = 0$ la elongación es nula. **(c)** La velocidad máxima de oscilación de una partícula cualquiera de la cuerda. **(d)** La aceleración máxima de oscilación en un punto cualquiera de la cuerda. *(Junio 2004)*
12. Una onda armónica transversal que se propaga en el sentido positivo del eje de las X tiene las siguientes características: amplitud $A = 6 \times 10^{-2}$ m, longitud de onda $\lambda = 8\pi \times 10^{-2}$ m, velocidad de propagación $v = 1$ m/s. Si la elongación de la partícula de abscisa $x = 0$, en el instante $t = 0$ es de 6×10^{-2} m, determinar: **(a)** La frecuencia angular y el número de onda. **(b)** La expresión matemática de la onda. **(c)** La expresión matemática que representa la elongación del movimiento de la partícula de abscisa $x = 0$ en función del tiempo. **(d)** La diferencia de fase de oscilación en un mismo instante entre dos partículas del eje X separadas $6\pi \times 10^{-2}$ m. *(Sept. 2005)*
13. Dada la expresión matemática de una onda armónica transversal que se propaga en una cuerda tensa de gran longitud: $y = 0,03 \text{ sen } (2\pi t - \pi x)$, donde x e y están expresados en metros y t en segundos. **(a)** ¿Cuál es la velocidad de propagación de la onda? **(b)** ¿Cuál es la expresión de la velocidad de oscilación de las partículas de la cuerda?; ¿cuál es la velocidad máxima de oscilación? **(c)** Para $t = 0$, ¿cuál es el valor del desplazamiento de los puntos de la cuerda cuando $x = 0,5$ m y $x = 1$ m? **(d)** Para $x = 1$ m, ¿cuál es el desplazamiento cuando $t = 0,5$ s? *(Sept. 2005)*
14. Una onda armónica transversal se desplaza en la dirección del eje X en sentido positivo y tiene una amplitud de 2 cm, una longitud de onda de 4 cm y una frecuencia de 8 Hz. Determinar: **(a)** La velocidad de propagación de la onda. **(b)** La fase inicial, sabiendo que para $x = 0$ y $t = 0$ la elongación es $y = -2$ cm. **(c)** La expresión matemática que representa la onda como una función de x y de t . **(d)** La distancia mínima de separación entre dos partículas del eje X que oscilan desfasadas $\pi/3$ radianes. *(Sept. 2006)*
15. La expresión matemática que representa una onda armónica que se propaga a lo largo de una cuerda tensa es:

$$y(x,t) = 0,01 \text{ sen } (10\pi t + 2\pi x + \pi),$$
donde x e y están dados en metros y t en segundos. Determinar: **(a)** La frecuencia y la longitud de onda. **(b)** El sentido y la velocidad de propagación de la onda. **(c)** La diferencia de fase de oscilación entre dos puntos de la cuerda separados 20 cm. **(d)** La velocidad y la aceleración de oscilación máximas de un punto de la cuerda. *(Junio 2007)*
16. Un punto material oscila en torno al origen de coordenadas en la dirección del eje Y, según la expresión:

$$y = 2 \text{ sen } \left(\frac{\pi}{4} t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (y \text{ en cm; } t \text{ en s})$$

originando una onda armónica transversal que se propaga en el sentido positivo del eje X. Sabiendo que dos puntos materiales de dicho eje que oscilan con un desfase de π radianes están separados una distancia mínima de 20 cm, determinar: **(a)** La amplitud y la frecuencia de la onda armónica. **(b)** La longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda. **(c)** La expresión matemática que representa la onda armónica. **(d)** La expresión de la velocidad de oscilación en función del tiempo para el punto material del eje X de coordenada $x = 80$ cm, y el valor de dicha velocidad en el instante $t = 20$ s. *(Junio 2007)*

17. Una onda armónica transversal se propaga en una cuerda tensa de gran longitud y está representada por la siguiente expresión: $y = 0,5 \text{ sen } \pi(2t - x + 1)$ en unidades SI. Determinar: **(a)** La longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda. **(b)** La diferencia de fase en un mismo instante entre las vibraciones de dos puntos separados entre sí $\Delta x = 1 \text{ m}$. **(c)** La diferencia de fase de oscilación para dos posiciones de un mismo punto de la cuerda cuando el intervalo de tiempo transcurrido es de 2 s. **(d)** La velocidad máxima de vibración de cualquier punto de la cuerda. *(Sept. 2008)*
18. Una onda armónica transversal de amplitud 8 cm y longitud de onda 140 cm se propaga en una cuerda tensa, orientada en el sentido positivo del eje X, con una velocidad de 70 cm/s. El punto de la cuerda de coordenada $x = 0$ (origen de la perturbación) oscila en la dirección del eje Y y tiene en el instante $t = 0$ una elongación de 4 cm y una velocidad de oscilación positiva. Determinar: **(a)** Los valores de la frecuencia angular y del número de onda. **(b)** La expresión matemática de la onda. **(c)** La expresión matemática del movimiento del punto de la cuerda situado a 70 cm del origen. **(d)** La diferencia de fase de oscilación, en un mismo instante, entre dos puntos de la cuerda que distan entre sí 35 cm. *(Sept. 2009)*
19. Una onda armónica transversal, de periodo $T = 2 \text{ s}$, se propaga con una velocidad de 60 cm/s en una cuerda tensa orientada según el eje X, y en sentido positivo. Sabiendo que el punto de la cuerda de abscisa $x = 30 \text{ cm}$ oscila en la dirección del eje Y, de forma que en el instante $t = 1 \text{ s}$ la elongación es nula y la velocidad con la que oscila es positiva y en el instante $t = 1,5 \text{ s}$ su elongación es - 5 cm y su velocidad de oscilación nula, determinar: **(a)** La frecuencia y la longitud de onda. **(b)** La fase inicial y la amplitud de la onda armónica. **(c)** La expresión matemática de la onda armónica. **(d)** La diferencia de fase de oscilación de dos puntos de la cuerda separados un cuarto de longitud de onda. *(Junio 2010)*
20. Una onda transversal que se propaga a lo largo de una cuerda en la dirección del eje X en sentido positivo, tiene un periodo de 0,2 s y una longitud de onda de 1 m. Si en el instante $t = 0$ en la posición $x = 0$, el desplazamiento vertical es de 0,1 m y la velocidad de ese punto de la cuerda es nula, determinar: **(a)** La velocidad de propagación. **(b)** La función que describe la onda. **(c)** El desplazamiento vertical de un punto que dista +0,4 m del extremo de la cuerda, $x = 0$, en el instante $t = 4 \text{ s}$. **(d)** Determinar la expresión matemática de la velocidad de oscilación de un punto cualquiera de la onda en función del tiempo. *(Sept. 2011)*
21. En una cuerda se genera una onda armónica transversal de 20 cm de amplitud, velocidad de propagación 5 m/s y frecuencia 30 Hz. La onda se desplaza en el sentido positivo del eje X, siendo en el instante inicial la elongación nula en la posición $x = 0$. **(a)** Escribir la expresión matemática que describe dicha onda si en $t = 0$ y $x = 0$ la velocidad de oscilación es positiva. **(b)** Calcular la velocidad y aceleración máximas de un punto de la cuerda. *(Junio 2012)*
22. Una onda armónica transversal de frecuencia angular $4\pi \text{ rad/s}$ se propaga a lo largo de una cuerda con una velocidad de 40 cm/s, en la dirección positiva del eje X. En el instante inicial $t = 0$, en el extremo de la cuerda $x = 0$, su elongación es de + 2,3 cm y su velocidad de oscilación es de 29 cm/s. Determinar: **(a)** La expresión matemática que representa la onda. **(b)** El primer instante en el que la elongación es máxima en $x = 0$. *(Sept. 2012)*

23. Una onda transversal que se propaga en una cuerda, coincidente con el eje X, tiene por expresión matemática: $y(x,t) = 2 \text{ sen}(7t - 4x)$, donde x e y están expresadas en metros y t en segundos. Determinar: **(a)** La velocidad de propagación de la onda y la velocidad máxima de vibración de cualquier punto de la cuerda. **(b)** El tiempo que tarda la onda en recorrer una distancia igual a la longitud de onda. *(Junio 2015)*
24. Una onda armónica transversal de 2 mm de amplitud y 250 Hz de frecuencia, se propaga con una velocidad de 250 m/s en el sentido positivo del eje X. **(a)** Determinar el periodo, la longitud de onda, número de onda y la frecuencia angular de la onda. **(b)** Si en el instante inicial la elongación de un punto de abscisa $x = 3$ m es $y = -2$ mm, determinar, en el mismo instante, el valor de la elongación de un punto de abscisa $x = 2,75$ m. *(Junio 2016)*
25. Una onda transversal se propaga a lo largo de una cuerda tensa. En un cierto instante se observa que la distancia entre dos máximos consecutivos es de 1 m. Además, se comprueba que un punto de la cuerda pasa de una elongación máxima a nula en 0,125 s y que la velocidad máxima de un punto de la cuerda es de $0,24\pi$ m/s. Si la onda se desplaza en el sentido positivo del eje X, y en $t = 0$ la velocidad del punto $x = 0$ es máxima y positiva, determinar: **(a)** La función de onda. **(b)** La velocidad de propagación de la onda y la aceleración transversal máxima de cualquier punto de la cuerda. *(Junio 2016)*

Tema 12. La propagación de la luz

CUESTIONES

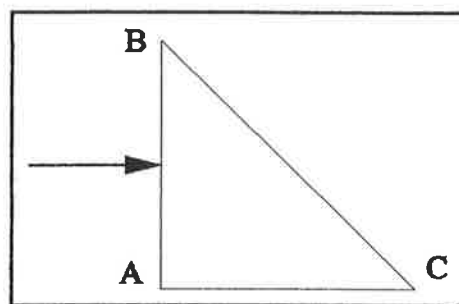
1. Explicar el fenómeno de dispersión de la luz blanca producido por un prisma óptico. ¿Cuál es la causa del citado fenómeno? *(Junio 1995)*
2. Explicar en qué condiciones un rayo de luz monocromática: **(a)** se refracta con un ángulo de refracción menor que el ángulo de incidencia; **(b)** experimenta el fenómeno de reflexión total. *(Sept. 1995)*
3. Explicar por qué cuando se observa desde el aire un remo sumergido parcialmente en el agua, parece estar doblado. Usar construcciones geométricas en la explicación. *(Junio 1996)*
4. Un rayo de luz monocromática que se propaga en el aire incide sobre una sustancia transparente con un ángulo de 58° respecto a la normal. Se observa que los rayos reflejado y refractado son mutuamente perpendiculares. **(a)** ¿Cuál es el índice de refracción de la sustancia transparente para esta luz?. **(b)** ¿Cuál es el ángulo límite para la reflexión total interna en esta sustancia, si la luz se propagase desde ella hacia el aire?. *(Junio 1998)*
5. **(a)** Indicar las diferencias que existen entre los fenómenos de refracción y de dispersión de la luz. ¿Puede un rayo de luz monocromática sufrir ambos fenómenos?. **(b)** ¿Por qué no se observa dispersión cuando la luz blanca atraviesa una lámina de vidrio de caras plano-paralelas?. *(Junio 1998)*
6. Una fuente luminosa emite luz monocromática de longitud de onda en el vacío $\lambda_0 = 6 \times 10^{-7} \text{ m}$ (luz roja) que se propaga en el agua de índice de refracción $n = 1,34$. Determinar: **(a)** La velocidad de propagación de la luz en el agua. **(b)** La frecuencia y la longitud de onda de la luz en el agua.
DATO: $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ *(Sept. 1999)*
7. **(a)** Un rayo luminoso que se propaga en el aire incide sobre el agua de un estanque con un ángulo de 30° . ¿Qué ángulo forman entre sí los rayos reflejado y refractado?. **(b)** Si el rayo luminoso se propagase desde el agua hacia el aire, ¿a partir de qué valor del ángulo de incidencia se presentaría el fenómeno de la reflexión total?
DATO: índice de refracción del agua = $4/3$ *(Junio 2000)*
8. Sobre una lámina de vidrio de caras planas y paralelas, de espesor 2 cm y de índice de refracción 1,5, situada en el aire, incide un rayo de luz monocromática con un ángulo de 30° . **(a)** Comprobar que el ángulo de emergencia es el mismo que el ángulo de incidencia. Efectuar la construcción geométrica correspondiente. **(b)** Determinar la distancia recorrida por el rayo dentro de la lámina. *(Sept. 2000)*
9. Un rayo de luz monocromática que se propaga en un medio de índice de refracción 1,58, penetra en otro medio de índice de refracción 1,23, formando un ángulo de incidencia de 15° (respecto a la normal) en la superficie de discontinuidad entre ambos medios. **(a)** Determinar el valor del ángulo de refracción correspondiente al ángulo de incidencia anterior. Realizar un dibujo esquemático. **(b)** Definir ángulo límite y calcular su valor para este par de medios. *(Junio 2001)*

10. Un rayo de luz monocromática que se propaga en el aire penetra en el agua de un estanque:
(a) ¿Qué fenómeno luminoso se origina al pasar la luz del aire al agua? Enunciar las leyes que se verifican en este fenómeno. **(b)** Explicar si la velocidad, la frecuencia y la longitud de onda cambian al pasar la luz de un medio a otro. *(Junio 2003)*

11. Un haz luminoso está constituido por dos rayos de luz superpuestos: uno azul y otro rojo. Si este haz incide desde el aire sobre la superficie plana de un vidrio con un ángulo de incidencia de 30° , calcular: **(a)** El ángulo que forman entre sí los rayos azul y rojo reflejados. **(b)** El ángulo que forman entre sí los rayos azul y rojo refractados.
 DATOS: Índices de refracción del vidrio: rayo azul = 1,55; rayo rojo = 1,40 *(Junio 2003)*

12. **(a)** Definir el concepto de ángulo límite y determinar su expresión para el caso de dos medios de índices de refracción n_1 y n_2 , si $n_1 > n_2$. **(b)** Sabiendo que el ángulo límite definido entre un medio material y el aire es 60° , determinar la velocidad de la luz en dicho medio.
 DATO: $c = 3 \times 10^8$ m/s *(Sept. 2004)*

13. Se tiene un prisma óptico de índice de refracción 1,5 inmerso en el aire. La sección del prisma es un triángulo rectángulo isósceles como muestra la figura. Un rayo luminoso incide perpendicularmente sobre la cara AB del prisma. **(a)** Explicar si se produce o no reflexión total en la cara BC del prisma. **(b)** Hacer un esquema gráfico de la trayectoria seguida por el rayo a través del prisma. ¿Cuál es la dirección del rayo emergente?
(Sept. 2005)



14. Un buceador enciende una linterna debajo del agua (índice de refracción 1,33) y dirige el haz luminoso hacia arriba formando un ángulo de 40° con la vertical.
(a) ¿Con qué ángulo emergerá la luz del agua?
(b) ¿Cuál es el ángulo de incidencia a partir del cual la luz no saldrá del agua? Efectuar esquemas gráficos en la explicación de ambos apartados. *(Sept. 2006)*

15. Un electrón de un átomo salta desde un nivel de energía de 5 eV a otro inferior de 3 eV, emitiéndose un fotón en el proceso. Calcular la frecuencia y la longitud de onda de la radiación emitida, si ésta se propaga en el agua.
 DATOS: $n = 1,33$; $c = 3 \times 10^8$ m/s; $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C *(Junio 2007)*

16. Una superficie plana separa dos medios de índices de refracción distintos n_1 y n_2 . Un rayo de luz incide desde el medio de índice n_1 . Razonar si son verdaderas o falsas las afirmaciones siguientes: **(a)** El ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de reflexión. **(b)** Los ángulos de incidencia y de refracción son siempre iguales. **(c)** El rayo incidente, el reflejado y el refractado están en el mismo plano. **(d)** Si $n_1 > n_2$ se produce reflexión total para cualquier ángulo de incidencia. *(Junio 2007)*

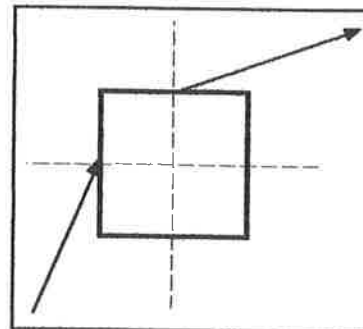
17. Una lámina de vidrio de caras planas y paralelas y espesor d se encuentra entre el aire y el agua. Un rayo de luz monocromática de frecuencia 5×10^{14} Hz incide desde el agua en la lámina. Determinar: **(a)** Las longitudes de onda del rayo en el agua y en el vidrio. **(b)** El ángulo de incidencia en la primera cara de la lámina a partir del cual se produce reflexión total interna en la segunda cara.
 Datos: n (vidrio) = 1,52; n (agua) = 1,33; $c = 3 \times 10^8$ m/s *(Junio 2008)*

18. (a) Enunciar las leyes de la reflexión y de la refracción de la luz y efectuar los esquemas gráficos correspondientes. (b) Definir el concepto de ángulo límite y explicar el fenómeno de la reflexión total. *(Junio 2010)*

19. Un rayo de luz monocromática incide en el centro de la cara lateral de un cubo de vidrio inmerso en un medio de índice de refracción 1,3.

- (a) Determinar el ángulo de incidencia del rayo sabiendo que la luz emerge por el punto central de la cara superior como muestra la figura.
 (b) Hallar el ángulo de incidencia máximo en la cara lateral para que se produzca reflexión total en la cara superior.

DATO: índice de refracción del vidrio $n_v = 1,5$ *(Junio 2010)*



20. Un rayo de luz se propaga desde el aire al agua, de manera que el rayo incidente forma un ángulo de 30° con la normal a la superficie de separación aire-agua, y el rayo refractado forma un ángulo de 128° con el rayo reflejado. (a) Determinar la velocidad de propagación de la luz en el agua. (b) Si el rayo luminoso invierte el recorrido y se propaga desde el agua al aire, ¿a partir de qué ángulo de incidencia se produce la reflexión total?

DATO: $c = 3 \times 10^8$ m/s

(Sept. 2010)

21. Considerar un haz de luz monocromática, cuya longitud de onda en el vacío es $\lambda_0 = 600$ nm. Este haz incide, desde el aire, sobre la pared plana de vidrio de un acuario con un ángulo de incidencia de 30° . Determinar: (a) El ángulo de refracción en el vidrio, sabiendo que su índice de refracción es $n_1 = 1,5$. (b) La longitud de onda de dicho haz en el agua, sabiendo que su índice de refracción es $n_2 = 1,33$. *(Junio 2011)*

22. Un rayo de luz monocromática se propaga desde el agua hacia el aire. (a) ¿A partir de qué valor del ángulo de incidencia en la superficie de separación de ambos medios se presenta el fenómeno de reflexión total? ¿Cómo se denomina dicho ángulo? (b) ¿Cuánto vale la velocidad de propagación del rayo de luz en el agua?

DATOS: n (agua) = $4/3$; $c = 3 \times 10^8$ m/s

(Sept. 2011)

23. Un rayo de luz cuya longitud de onda en el vacío es $\lambda = 5,9 \times 10^{-7}$ m se propaga por el interior de una fibra óptica de índice de refracción $n_i = 1,5$. Si la fibra óptica tiene un recubrimiento exterior cuyo índice de refracción es $n_e = 1,0$, determinar: (a) La velocidad de propagación y la longitud de onda del rayo en el interior de la fibra óptica. (b) El ángulo de incidencia mínimo en la pared interna de la fibra para que el rayo que incida sobre ella no salga a la capa externa.

DATOS: $c = 3,00 \times 10^8$ m/s.

(Junio 2012)

24. (a) Explicar el fenómeno de la reflexión total y las condiciones en las que se produce. (b) Calcular el ángulo a partir del cual se produce reflexión total entre un medio material en el que la luz se propaga a una velocidad $v = 1,5 \times 10^8$ m/s y el aire. Tener en cuenta que la luz en su propagación pasa del medio material al aire.

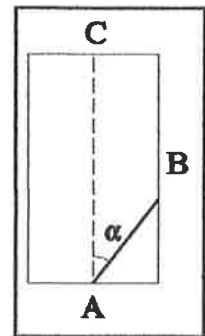
DATO: $c = 3 \times 10^8$ m/s

(Junio 2012)

25. (a) Describir brevemente los fenómenos de refracción y dispersión de la luz. ¿Con un rayo de luz monocromática se pueden poner de manifiesto ambos fenómenos? (b) ¿Por qué no se observa dispersión cuando un haz de rayos paralelos de luz blanca atraviesa una lámina de vidrio de caras planas y paralelas? *(Junio 2013)*

26. (a) Definir el índice de refracción de un medio, indicando qué valores puede tomar, así como su unidad correspondiente.
 (b) Enunciar las leyes de la reflexión y de la refracción. Realizar un dibujo explicativo de ambos fenómenos. (Junio 2013)

27. Se tiene un prisma rectangular de vidrio de índice de refracción 1,48. Del centro de su cara A se emite un rayo que forma un ángulo α con el eje vertical del prisma, como muestra la figura. La anchura del prisma es de 20 cm y la altura de 30 cm. (a) Si el medio exterior es aire, ¿cuál es el máximo valor de α para que el rayo no salga por la cara B? Justificar la respuesta. (b) Si el medio exterior es agua, ¿cuál es el máximo valor de α para que el rayo no salga por la cara B? Para este valor de α , ¿cuál es el ángulo con el que emerge de la cara C?



DATOS: Índices de refracción: aire = 1; agua = 1,33 (Sept. 2013)

28. Un rayo de luz pasa de un medio de índice de refracción 2,1 a otro medio de índice de refracción 1,5. (a) Si el ángulo de incidencia es de 30° , determinar el ángulo de refracción. (b) Calcular el ángulo a partir del cual no se produce refracción. (Sept. 2014)

29. Una superficie plana separa dos medios transparentes de índices de refracción $n_1 = 2$ y $n_2 = 1,4$ respectivamente. Un rayo luminoso incide desde el medio de índice de refracción $n_1 = 2$ sobre la superficie de separación de los dos medios observándose que el rayo reflejado y el refractado son perpendiculares entre sí. Calcular: (a) Los valores de los ángulos de incidencia y de refracción. (b) Entre qué valores tiene que estar comprendido el ángulo de incidencia para que se produzca rayo refractado. (Junio 2015)

30. Se utiliza un haz de luz cuya longitud de onda es de 700 nm para estudiar las propiedades ópticas de un vidrio, observándose que el haz incidente desde el aire forma un ángulo de 45° con la normal y el refractado un ángulo de 30° . Determinar: (a) El índice de refracción del vidrio. (b) La velocidad de propagación y la longitud de onda en el vidrio.
 DATO: $c = 3,00 \times 10^8$ m/s (Junio 2015)

31. Un rayo de luz pasa de un medio de índice de refracción n_1 a otro de índice de refracción n_2 . Determinar: (a) La relación entre n_1 y n_2 para que el ángulo de refracción sea menor que el de incidencia. (b) La relación entre n_1 y n_2 para que pueda darse la reflexión total. (Junio 2015)

32. Un vidrio de índice de refracción $n = 1,5$ tiene depositada encima una capa de aceite cuyo índice de refracción varía con la longitud de onda según $n = 1,3 + \frac{82}{\lambda}$, (con λ medida en nm). Al hacer incidir un haz de luz procedente del vidrio sobre la interfase vidrio-aceite, se observa que el ángulo crítico para la reflexión total es de 75° . (a) ¿Cuánto vale la longitud de onda de dicha luz? (b) ¿Cuál sería el máximo valor de λ para que ocurra la reflexión total si el haz de luz procede del aceite? (Sept. 2015)

33. Un foco luminoso puntual está situado en el fondo de un recipiente lleno de agua cubierta por una capa de aceite. Determinar: (a) El valor del ángulo límite entre los medios aceite y aire. (b) El valor del ángulo mínimo, con respecto a la normal al fondo del recipiente, de un rayo de luz procedente del foco luminoso para que se produzca el fenómeno de la reflexión total en la superficie de separación entre el aceite y el aire.

Líquido	n
aire	1
agua	1,33
aceite	1,48

(Junio 2016)

34. (a) Enunciar las leyes de la reflexión y de la refracción.
(b) Definir el índice de refracción.

(Junio 2016)

35. Un rayo de luz incide desde un medio A de índice de refracción n_A a otro B de índice de refracción n_B . Los índices de refracción de ambos medios cumplen la relación $n_A + n_B = 3$. Cuando el ángulo de incidencia desde el medio A hacia el medio B es superior o igual a $49,88^\circ$ tiene lugar reflexión total. (a) Calcular los valores de los índices de refracción n_A y n_B . (b) ¿En cuál de los dos medios la luz se propaga a mayor velocidad? Razonar la respuesta.

(Junio 2016)

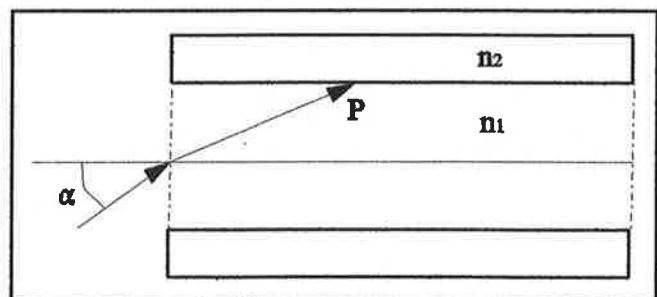
Tema 12. La propagación de la luz

PROBLEMAS

1. Un rayo de luz amarilla, emitido por una lámpara de sodio, tiene una longitud de onda en el vacío de 589 nm . Determinar: **(a)** su frecuencia; **(b)** su velocidad de propagación y su longitud de onda en el interior de una fibra de cuarzo, cuyo índice de refracción es $n = 1,458$; **(c)** el ángulo de incidencia mínimo para el rayo de luz que, propagándose por el interior de la fibra de cuarzo, encuentra la superficie de discontinuidad entre el cuarzo y el aire, y experimenta reflexión total.
DATO: $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ *(Sept. 1996)*
2. A un prisma óptico de ángulo de refringencia $A = 50^\circ$ llega un rayo de luz monocromático bajo un ángulo de incidencia de 40° . Sabiendo que el ángulo de desviación producido por el prisma en este rayo es de 30° y que el medio que rodea al prisma es aire: **(a)** calcular el valor del índice de refracción del prisma; **(b)** calcular el valor del ángulo de emergencia del citado rayo; **(c)** dibujar la marcha del rayo a través del prisma. *(Junio 1997)*
3. Una lámina de vidrio de caras planas y paralelas, situada en el aire, tiene un espesor de 8 cm y un índice de refracción $n = 1,6$. Calcular para un rayo de luz monocromática que incide en la cara superior de la lámina con un ángulo de 45° : **(a)** los valores del ángulo de refracción en el interior de la lámina y del ángulo de emergencia correspondientes; **(b)** el desplazamiento lateral experimentado por el citado rayo al atravesar la lámina. **(c)** Dibujar la marcha geométrica del rayo. *(Junio 1997)*
4. Un rayo de luz blanca incide desde el aire sobre una lámina de vidrio con un ángulo de incidencia de 30° . **(a)** ¿Qué ángulo formarán entre sí en el interior del vidrio los rayos rojo y azul, componentes de la luz blanca, si los valores de los índices de refracción del vidrio para estos colores son, respectivamente, $n_{\text{rojo}} = 1,612$ y $n_{\text{azul}} = 1,671$? **(b)** ¿Cuáles serán los valores de la frecuencia y de la longitud de onda correspondientes a cada una de estas radiaciones en el vidrio, si las longitudes de onda en el vacío son, respectivamente, $\lambda_{\text{rojo}} = 656,3 \text{ nm}$ y $\lambda_{\text{azul}} = 486,1 \text{ nm}$?
DATO: $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ *(Junio 1999)*
5. Sobre la cara lateral de un prisma de vidrio de índice de refracción $1,4$ y ángulo en el vértice 50° , incide un rayo de luz con un ángulo de 20° . El prisma se encuentra situado en el aire. Determinar: **(a)** El ángulo de desviación sufrido por el rayo. **(b)** El ángulo de desviación mínima que corresponde a este prisma. *(Sept. 1999)*
6. Un rayo de luz monocromática incide sobre una cara lateral de un prisma de vidrio, de índice de refracción $n = \sqrt{2}$. El ángulo del prisma es $A = 60^\circ$. Determinar: **(a)** El ángulo de emergencia a través de la segunda cara lateral si el ángulo de incidencia es de 30° . Efectuar un esquema gráfico de la marcha del rayo. **(b)** El ángulo de incidencia para que el ángulo de emergencia del rayo sea 90° . *(Junio 2004)*
7. Se tienen tres medios transparentes de índices de refracción n_1 , n_2 y n_3 separados entre sí por superficies planas y paralelas. Un rayo de luz de frecuencia $f = 6 \times 10^{14} \text{ Hz}$ incide desde el primer medio ($n_1 = 1,5$) sobre el segundo formando un ángulo de 30° con la normal a la superficie de separación. **(a)** Sabiendo que el ángulo de refracción en el segundo medio es $23,5^\circ$, ¿cuál será la longitud de onda de la luz en este segundo medio? **(b)** Tras atravesar el segundo medio el rayo llega a la superficie de separación con el tercer medio. Si el índice de refracción del tercer medio es $n_3 = 1,3$, ¿cuál será el ángulo de emergencia del rayo?
DATO: $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ *(Junio 2005)*

8. Sobre un prisma equilátero situado en el vacío, incide un rayo luminoso monocromático que forma un ángulo de $41,3^\circ$ con la normal a una de sus caras. Sabiendo que en el interior del prisma el rayo es paralelo a la base: (a) Calcular el índice de refracción del prisma. (b) Realizar el esquema gráfico de la trayectoria seguida por el rayo a través del prisma. (c) Determinar el ángulo de desviación del rayo al atravesar el prisma. (d) Explicar si la frecuencia y la longitud de onda correspondientes al rayo luminoso son distintas, o no, dentro y fuera del prisma. *(Junio 2006)*
9. Se construye un prisma óptico de ángulo A con un vidrio de índice de refracción $n = \sqrt{2}$. Sabiendo que el rayo que incide perpendicularmente en la primera cara lateral del prisma tiene un ángulo de emergencia de 90° a través de la segunda cara lateral, determinar: (a) El ángulo A del prisma. (b) El valor del ángulo de desviación mínima. Dibujar la marcha del rayo en ambos casos. *(Junio 2008)*
10. Sobre una lámina de vidrio de caras planas y paralelas de 3 cm de espesor y situada en el aire incide un rayo de luz monocromática con un ángulo de incidencia de 35° . La velocidad de propagación del rayo en la lámina es $\frac{2}{3}c$, siendo c la velocidad de la luz en el vacío. (a) Determinar el índice de refracción de la lámina. (b) Comprobar que el rayo emergerá de la lámina y determinar el ángulo de emergencia. (c) Dibujar la marcha del rayo a través de la lámina. (d) Calcular la distancia recorrida por el rayo dentro de la lámina. *(Junio 2009)*
11. Un rayo de luz roja que se propaga en el aire tiene una longitud de onda de 650 nm. Al incidir sobre la superficie de separación de un medio transparente y penetrar en él, la longitud de onda del rayo pasa a ser de 500 nm. (a) Calcular la frecuencia de la luz roja. (b) Calcular el índice de refracción del medio transparente para la luz roja. (c) Si el rayo incide desde el aire con un ángulo de 30° respecto a la normal, ¿cuál será el ángulo de refracción en el medio transparente? (d) Si el rayo se propagara por el medio transparente en dirección hacia el aire, ¿cuál sería el ángulo de incidencia a partir del cual no se produce refracción?
DATO: $c = 3 \times 10^8$ m/s *(Sept. 2009)*

12. Un rayo de luz de longitud de onda en el vacío $\lambda_0 = 650$ nm incide desde el aire sobre el extremo de una fibra óptica formando un ángulo α con el eje de la fibra (ver figura), siendo el índice de refracción n_1 dentro de la fibra 1,48.



- (a) ¿Cuál es la longitud de onda de la luz dentro de la fibra?
- (b) La fibra está revestida de un material de índice de refracción $n_2 = 1,44$. ¿Cuál es el valor máximo del ángulo α para que se produzca reflexión total interna en P? *(Junio 2010)*

13. En tres experimentos independientes, un haz de luz de frecuencia $f = 10^{15}$ Hz incide desde cada uno de los materiales de la tabla sobre la superficie de separación de éstos con el aire, con un ángulo de incidencia de 20° , produciéndose reflexión y refracción.

Material	Diamante	Cuarzo	Agua
Índice de refracción	2,42	1,46	1,33

(a) ¿Depende el ángulo de reflexión del material? Justificar la respuesta. (b) ¿En qué material la velocidad de propagación de la luz es menor? Determinar en este caso el ángulo de refracción. (c) ¿En qué material la longitud de onda del haz de luz es mayor? Determinar en este caso el ángulo de refracción. (d) Si el ángulo de incidencia es de 30° , ¿se producirá el fenómeno de reflexión total en alguno(s) de los materiales? *(Sept. 2010)*

14. Dos rayos que parten del mismo punto inciden sobre la superficie de un lago con ángulos de incidencia de 30° y 45° , respectivamente. (a) Determinar los ángulos de refracción de los rayos sabiendo que el índice de refracción del agua es 1,33. (b) Si la distancia entre los puntos de incidencia de los rayos sobre la superficie del lago es de 3 m, determine la separación entre los rayos a 2 m de profundidad. *(Sept. 2016)*

Tema 13. Óptica geométrica

CUESTIONES

1. ¿Dónde se debe colocar un objeto para que un espejo cóncavo forme imágenes virtuales? ¿Qué tamaño tienen estas imágenes? Realizar las construcciones geométricas necesarias para su explicación. *(Junio 1994)*
2. Una lente convergente tiene una distancia focal de 10 cm. Determinar para dos objetos situados delante de la lente, a las distancias de 30 cm y de 5 cm respectivamente: **(a)** la posición de la imagen; **(b)** el aumento lateral; **(c)** si la imagen es real o virtual; **(d)** si la imagen es derecha o invertida. Efectuar la construcción geométrica en ambos casos. *(Junio 1996)*
3. Un espejo esférico, cóncavo, ha de formar una imagen invertida de un objeto en forma de flecha, sobre una pantalla situada a una distancia de 420 cm delante del espejo. El objeto mide 5 mm y la imagen ha de tener una altura de 30 cm. Determinar: **(a)** a qué distancia del espejo debe colocarse el objeto; **(b)** el radio de curvatura del espejo. *(Junio 1996)*
4. Dibujar la marcha de los rayos en un anteojo astronómico (telescopio refractor) si el objeto se encuentra en el infinito y observa un ojo normal sin acomodación. ¿Qué distancia separa las lentes en este caso? *(Junio 1997)*
5. **(a)** ¿Qué diferencias existen entre una imagen real y una imagen virtual formadas por un sistema óptico centrado? **(b)** Realizar un ejemplo de construcción geométrica para cada una de ellas utilizando espejo esféricos. Explicar qué tipo de espejo esférico se puede emplear en cada caso. *(Sept. 1997)*
6. ¿En qué posición debe colocarse un objeto delante de una lente esférica convergente para producir una imagen virtual? Obtener gráficamente la imagen. *(Sept. 1998)*
7. Calcular a qué distancia debe colocarse un objeto a la izquierda del vértice de un espejo cóncavo cuyo radio de curvatura es de 12 cm para que su imagen sea tres veces mayor que el objeto. Interpretar los posibles resultados y efectuar las construcciones geométricas correspondientes. *(Junio 1999)*
8. ¿Qué tipo de imagen se obtiene con un espejo esférico convexo?; ¿y con una lente esférica divergente? Efectuar las construcciones geométricas adecuadas para justificar las respuestas. El objeto se supone real en ambos casos. *(Junio 2001)*
9. **(a)** Definir para una lente delgada los siguientes conceptos: foco objeto, foco imagen, distancia focal objeto y distancia focal imagen.
(b) Dibujar para los casos de lente convergente y de lente divergente la marcha de un rayo que pasa (él o su prolongación) por (b_1) el foco objeto; (b_2) el foco imagen. *(Sept. 2001)*
10. Explicar mediante construcciones geométricas qué posiciones debe ocupar un objeto, delante de una lente delgada convergente, para obtener: **(a)** una imagen real de tamaño menor, igual o mayor que el objeto. **(b)** Una imagen virtual. ¿Cómo está orientada esta imagen y cuál es su tamaño en relación con el objeto? *(Junio 2002)*

11. Un objeto luminoso se encuentra delante de un espejo esférico cóncavo. Efectuar la construcción geométrica de la imagen e indicar su naturaleza si el objeto está situado a una distancia igual, en valor absoluto a: **(a)** la mitad de la distancia focal del espejo; **(b)** el triple de la distancia focal del espejo. *(Junio 2002)*
12. **(a)** Explicar qué son una lente convergente y una lente divergente. ¿Cómo están situados los focos objeto e imagen en cada una de ellas? **(b)** ¿Qué es la potencia de una lente y en qué unidades se acostumbra a expresar? *(Sept. 2003)*
13. **(a)** ¿Qué combinación de lentes constituye un microscopio? Explicar mediante un esquema gráfico su disposición en el sistema.
(b) Dibujar la marcha de los rayos procedentes de un objeto a través del microscopio, de manera que la imagen final se forme en el infinito. *(Junio 2004)*
14. Delante de una lente convergente se coloca un objeto perpendicularmente a su eje óptico. **(a)** ¿A qué distancia de la lente debe colocarse para obtener una imagen de igual tamaño e invertida? ¿Cuál es la naturaleza de esta imagen? **(b)** ¿A qué distancia de la lente debe colocarse para obtener una imagen de doble tamaño y derecha? ¿Cuál es la naturaleza de esta imagen? Efectuar la construcción geométrica en ambos apartados. *(Junio 2005)*
15. Dibujar el camino que sigue un rayo luminoso que incide sobre una lente biconvexa delgada en los siguientes casos: **(a)** Según el eje óptico. **(b)** Paralelo al eje óptico a una cierta distancia del mismo. **(c)** Pasando por el centro óptico de la lente e inclinado respecto al eje óptico. **(d)** Pasando por el foco objeto de la lente e inclinado respecto al eje óptico. *(Sept. 2005)*
16. Un objeto de 1 mm de altura se coloca a una distancia de 1 cm delante de una lente convergente de 20 dioptrías. **(a)** Calcular la posición y tamaño de la imagen formada, efectuando su construcción geométrica. **(b)** ¿Se podría recoger esta imagen en una pantalla? ¿Qué instrumento óptico constituye la lente convergente utilizada de esta forma? *(Junio 2006)*
17. Explicar dónde debe estar situado un objeto respecto a una lente delgada para obtener una imagen virtual y derecha: **(a)** Si la lente es convergente. **(b)** Si la lente es divergente. Realizar en ambos casos las construcciones geométricas e indicar si la imagen es mayor o menor que el objeto. *(Junio 2006)*
18. Determinar el tipo de imagen y el aumento lateral que se obtiene al situar un objeto delante de una lente divergente en los siguientes casos: **(a)** El objeto se sitúa a una distancia igual al doble de la distancia focal. **(b)** El objeto se sitúa a una distancia igual a la mitad de la distancia focal de la lente. Efectuar la construcción geométrica en ambos casos. *(Junio 2007)*
19. **(a)** ¿Puede un espejo cóncavo producir una imagen virtual, derecha y menor que el objeto? **(b)** ¿Puede una lente convergente producir una imagen real, invertida y mayor que el objeto? En caso afirmativo, justificar la respuesta mediante un diagrama de rayos. *(Junio 2008)*
20. Un microscopio consta de dos lentes convergentes (objetivo y ocular). **(a)** Explicar el papel que desempeña cada lente. **(b)** Realizar un diagrama de rayos que describa el funcionamiento del microscopio. *(Sept. 2008)*

21. **(a)** Si un objeto se sitúa a una distancia de 2 cm delante de una lente convergente o delante de un espejo cóncavo, ambos de distancia focal 5 cm en valor absoluto, ¿cómo están relacionados los aumentos laterales y las posiciones de las imágenes que la lente y el espejo producen de dicho objeto? **(b)** Realizar el trazado de rayos en ambos casos. *(Junio 2009)*
22. **(a)** Explicar la posibilidad de obtener una imagen derecha y mayor que el objeto mediante un espejo cóncavo. Indicar si la imagen es real o virtual. **(b)** ¿Dónde habría que colocar un objeto frente a un espejo cóncavo de 30 cm de radio para que la imagen sea derecha y de doble tamaño que el objeto? Realizar un esquema con el trazado de rayos. *(Junio 2009)*
23. La distancia focal de un espejo esférico es de 20 cm en valor absoluto. Si se coloca un objeto delante del espejo a una distancia de 10 cm de él, determinar la posición y la naturaleza de la imagen formada en los dos casos siguientes: **(a)** El espejo es cóncavo. **(b)** El espejo es convexo. Efectuar la construcción geométrica de la imagen en ambos casos. *(Sept. 2009)*
24. Una lente convergente tiene una distancia focal de 20 cm. Calcular la posición y el aumento de la imagen que produce dicha lente para un objeto que se encuentra delante de ella a las siguientes distancias: **(a)** 50 cm; **(b)** 15 cm. Realizar el trazado de rayos en ambos casos. *(Junio 2010)*
25. Un espejo esférico cóncavo tiene un radio de curvatura R . Realizar el diagrama de rayos para construir la imagen de un objeto situado delante del espejo a una distancia igual a : **(a)** El doble del radio de curvatura. **(b)** Un cuarto del radio de curvatura. Indicar en cada caso la naturaleza de la imagen formada. *(Sept. 2010)*
26. Se sitúa un objeto de 3,5 cm delante de la superficie cóncava de un espejo esférico de distancia focal 9,5 cm, y se produce una imagen de 9,5 cm. **(a)** Calcular la distancia a la que se encuentra el objeto de la superficie del espejo. **(b)** Realizar el trazado de rayos y determinar si la imagen formada es real o virtual. *(Junio 2011)*
27. **(a)** En un sistema óptico centrado formado por espejos, ¿qué características presentan las imágenes reales y las virtuales? **(b)** Proponer un ejemplo de cada una de ellas utilizando espejos esféricos. Explicar el tipo de espejo esférico utilizado en cada caso. *(Sept. 2011)*
28. Un espejo esférico convexo, proporciona una imagen virtual de un objeto que se encuentra a 3 m del espejo con un tamaño $1/5$ del de la imagen real. **(a)** Realizar el trazado de rayos y determinar la distancia a la que se forma la imagen virtual del espejo. **(b)** Determinar el radio de curvatura del espejo. *(Sept. 2011)*
29. Un objeto de 4 cm de altura se sitúa a 6 cm por delante de la superficie cóncava de un espejo esférico. Si la imagen obtenida tiene 10 cm de altura, es positiva y virtual: **(a)** ¿Cuál es la distancia focal del espejo? **(b)** Realizar un diagrama de rayos del sistema descrito. *(Junio 2012)*
30. Un objeto de 15 cm de altura se encuentra situado a 20 cm de un espejo convexo cuya distancia focal es de 40 cm. **(a)** Calcular la posición y el tamaño de la imagen formada. **(b)** Realizar el trazado de rayos correspondiente. *(Junio 2012)*

31. **(a)** ¿Cómo se define y dónde se encuentra el foco de un espejo cóncavo?
(b) Si un objeto se coloca delante de un espejo cóncavo analizar, mediante el trazado de rayos, las características de la imagen que se produce si está ubicado entre el foco y el espejo. *(Sept. 2012)*
32. Una lente delgada convergente de 10 cm de distancia focal se utiliza para obtener una imagen de tamaño doble que el objeto. Determinar a qué distancia se encuentra el objeto y su imagen de la lente si: **(a)** La imagen es derecha. **(b)** La imagen es invertida. Realizar en cada caso el diagrama de rayos. *(Sept. 2012)*
33. **(a)** Explicar mediante un diagrama de rayos, la formación de imágenes por parte de una lente convergente. En concreto, expresar la naturaleza de la imagen en función de la posición del objeto.
(b) Explicar cómo funciona una lupa: dónde se ha de colocar el objeto, qué tipo de lente se utiliza y qué tipo de imagen se forma. *(Junio 2013)*
34. A 10 cm de distancia del vértice de un espejo cóncavo de 30 cm de radio se sitúa un objeto de 5 cm de altura. **(a)** Determinar la altura y posición de la imagen. **(b)** Construir la imagen gráficamente indicando su naturaleza. *(Junio 2013)*
35. La lente de un proyector tiene una distancia focal de 0,5 cm. Se sitúa a una distancia de 0,51 cm de la lente un objeto de 5 cm de altura. Calcular: **(a)** La distancia a la que hay que situar la pantalla para observar nítida la imagen del objeto. **(b)** El tamaño mínimo de la pantalla para que se proyecte entera la imagen del objeto. *(Junio 2013)*
36. Se quiere obtener una imagen derecha y virtual, de 25 cm de altura, de un objeto de 10 cm de altura que se sitúa a una distancia de 1 m de una lente delgada. **(a)** Calcular en dioptrías la potencia de la lente que habría que usar, así como el tipo de lente. **(b)** Realizar el diagrama de rayos correspondiente. *(Sept. 2013)*
37. Utilizando una lente convergente delgada que posee una distancia focal de 15 cm, se quiere obtener una imagen de tamaño doble que el objeto. Calcular a qué distancia ha de colocarse el objeto respecto de la lente para que la imagen sea:
(a) Real e invertida. **(b)** Virtual y derecha. *(Junio 2014)*
38. Un objeto está situado a una distancia de 10 cm del vértice de un espejo cóncavo. Se forma una imagen real, invertida y tres veces mayor que el objeto. **(a)** Calcular el radio de curvatura y la posición de la imagen. **(b)** Construir el diagrama de rayos. *(Junio 2014)*
39. Determinar, basándose en el trazado de rayos, dónde hay que ubicar un objeto con respecto a una lente convergente para que: **(a)** La imagen formada sea real e invertida. **(b)** La imagen formada sea virtual y derecha. *(Junio 2014)*
40. Se sitúa un objeto delante de un espejo cóncavo a una distancia de éste mayor que su radio de curvatura. **(a)** Realizar el diagrama de rayos correspondiente a la formación de la imagen. **(b)** Indicar la naturaleza de la imagen y si ésta es de mayor o menor tamaño que el objeto. *(Junio 2014)*
41. Un objeto de 5 cm de altura se encuentra a una distancia s de una lente convergente. La lente forma una imagen real e invertida del objeto. El tamaño de la imagen es de 10 cm. La distancia focal de la lente es 10 cm. **(a)** Determinar la distancia a la cual se encuentra el objeto de la lente. **(b)** Realizar el diagrama de rayos del sistema. *(Junio 2014)*

42. Una lente divergente forma una imagen virtual y derecha de un objeto situado 10 cm delante de ella. Si el aumento lateral es 0,4: (a) Efectuar el diagrama de rayos correspondiente. (b) Determinar la distancia focal de la lente. *(Junio 2014)*
43. Un objeto de 2 cm de altura se coloca 3 cm delante de una lente convergente cuya distancia focal es 12 cm. (a) Determinar la altura de la imagen. (b) Dibujar el diagrama de rayos e indicar si la imagen es real o virtual. *(Sept. 2014)*
44. Utilizando una lente delgada de 10 dioptrías de potencia se obtiene una imagen virtual y derecha de doble tamaño que un objeto. (a) Determinar las posiciones del objeto y de la imagen respecto de la lente. (b) Realizar la construcción gráfica de la imagen. *(Junio 2015)*
45. La imagen de un objeto reflejada por un espejo convexo de radio de curvatura 15 cm es virtual, derecha, tiene una altura de 1 cm y está situada a 5 cm del espejo. (a) Determinar la posición y la altura del objeto. (b) Dibujar el diagrama de rayos correspondiente. *(Junio 2015)*
46. Cierta lente delgada de distancia focal 6 cm genera, de un objeto real, una imagen derecha y de menor tamaño, de 1 cm de altura y situada 4 cm a la izquierda del centro óptico. Determinar: (a) La posición y el tamaño del objeto. (b) El tipo de lente (convergente o divergente) y realizar su diagrama de rayos. *(Junio 2015)*
47. Un objeto se coloca a una distancia de 5 m de un espejo cóncavo cuya distancia focal es de 0,4 m. (a) Determinar la posición y naturaleza de la imagen así como el aumento lateral. (b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente. *(Junio 2015)*
48. Considerar un espejo esférico cóncavo. Determinar, realizando un diagrama de rayos, el tamaño y naturaleza de la imagen si se sitúa el objeto: (a) Entre el espejo y el foco. (b) A más distancia del espejo que el centro de curvatura. *(Junio 2015)*
49. Considerar un espejo esférico cóncavo con un radio de curvatura de 60 cm. Se coloca un objeto, de 10 cm de altura, 40 cm delante del espejo. Determinar: (a) La posición de la imagen del objeto e indicar si ésta es real o virtual. (b) La altura de la imagen e indicar si ésta es derecha o invertida. *(Sept. 2015)*
50. Se desea obtener una imagen virtual de doble tamaño que un objeto. Si se utiliza:
(a) Un espejo cóncavo de 40 cm de distancia focal, determinar las posiciones del objeto y de la imagen respecto al espejo.
(b) Una lente delgada de una dioptría de potencia, determinar las posiciones del objeto y de la imagen respecto a la lente. *(Junio 2016)*
51. Dado un espejo esférico cóncavo de 50 cm de radio y un objeto de altura situado sobre el eje óptico a una distancia de 30 cm del espejo, determinar: (a) Análíticamente la posición y tamaño de la imagen. (b) Gráficamente la posición y tamaño de la imagen. *(Junio 2016)*
52. Se sitúa un objeto de 2 cm de altura 30 cm delante de un espejo cóncavo, obteniéndose una imagen virtual de 6 cm de altura. (a) Determinar el radio de curvatura del espejo y la posición de la imagen. (b) Dibujar el diagrama de rayos. *(Junio 2016)*

53. Un objeto está situado 3 cm a la izquierda de una lente convergente de 2 cm de distancia focal. (a) Realizar el diagrama de rayos correspondiente. (b) Determinar la distancia de la imagen a la lente y el aumento lateral. *(Sept. 2016)*

Tema 13. Óptica geométrica

PROBLEMAS

1. Utilizando una lente convergente de 2 dioptrías de potencia, se desea obtener una imagen virtual de tamaño tres veces mayor que el objeto. **(a)** ¿Dónde estarán situados el objeto y la imagen?. **(b)** Efectuar la construcción geométrica de la citada imagen. *(Junio 1995)*
2. Un espejo esférico cóncavo tiene una distancia focal de 0,8 m. Determinar las posiciones del objeto y de la imagen en los siguientes casos: **(a)** La imagen es real, invertida y tres veces mayor que el objeto. **(b)** La imagen es virtual, derecha y tres veces mayor que el objeto. Efectuar la construcción geométrica en ambos casos. *(Junio 1995)*
3. Se utiliza un espejo esférico para formar una imagen invertida, cinco veces mayor que el objeto sobre una pantalla situada a 5 m del objeto. **(a)** Determinar la posición del objeto anterior respecto al espejo y el valor del radio de curvatura de dicho espejo. ¿Qué tipo de espejo es?. **(b)** Utilizando el mismo espejo, ¿a qué distancia tendría que colocarse el objeto para que la imagen formada fuese virtual y de tamaño cinco veces mayor?. Efectuar la construcción geométrica en ambos casos. *(Sept. 1995)*
4. Una lente esférica delgada biconvexa, cuyas caras tienen radios iguales a 5 cm y el índice de refracción es $n = 1,5$, forma de un objeto real una imagen también real reducida a la mitad. Determinar: **(a)** la potencia y la distancia focal de la lente; **(b)** las posiciones del objeto y de la imagen; **(c)** si esta lente se utiliza como lupa, el aumento de la lupa cuando observa un ojo normal sin acomodación. Efectuar las construcciones geométricas del problema.
DATOS: Distancia mínima de visión neta para el ojo, $d = 25$ cm. El medio exterior es el aire. *(Sept. 1997)*
5. Un objeto luminoso de 2 mm de altura está situado a 4 m de distancia de una pantalla. Entre el objeto y la pantalla se coloca una lente esférica delgada L, de distancia focal desconocida, que produce sobre la pantalla una imagen tres veces mayor que el objeto. **(a)** Determinar la naturaleza de la lente L, así como su posición respecto del objeto y de la pantalla. **(b)** Calcular la distancia focal, la potencia de la lente L y efectuar la construcción geométrica de la imagen. *(Junio 1998)*
6. Un objeto luminoso está situado a 6 m de una pantalla. Una lente, cuya distancia focal es desconocida, forma sobre la pantalla una imagen real, invertida y cuatro veces mayor que el objeto. **(a)** ¿Cuál es la naturaleza y la posición de la lente? ¿Cuál es el valor de la distancia focal de la lente? **(b)** Se desplaza la lente de manera que se obtenga sobre la misma pantalla una imagen nítida, pero de tamaño diferente al obtenido anteriormente. ¿Cuál es la nueva posición de la lente y el nuevo valor del aumento?. *(Junio 2000)*
7. Una lente convergente con radios de curvatura de sus caras iguales, y que suponemos delgada, tiene una distancia focal de 50 cm. Proyecta sobre una pantalla la imagen de un objeto de 5 cm de tamaño. **(a)** Calcular la distancia de la pantalla a la lente para que la imagen sea de 40 cm de tamaño. **(b)** Si el índice de refracción de la lente es igual a 1,5, ¿qué valor tienen los radios de curvatura de la lente, y cuál es la potencia de la misma?. *(Sept. 2000)*

8. Un objeto luminoso de 3 cm de altura, está situado a 20 cm de una lente divergente de potencia -10 dioptrías. Determinar: (a) La distancia focal de la lente. (b) La posición de la imagen. (c) La naturaleza y el tamaño de la imagen. (d) La construcción geométrica de la imagen. *(Junio 2001)*
9. Sea un sistema óptico formado por dos lentes delgadas convergentes de la misma distancia focal ($f' = 20$ cm), situadas con el eje óptico común a una distancia entre sí de 80 cm. Un objeto luminoso lineal perpendicular al eje óptico, de tamaño $y = 2$ cm, está situado a la izquierda de la primera lente y dista de ella 40 cm. (a) Determinar la posición de la imagen final que forma el sistema óptico y efectuar su construcción geométrica. (b) ¿Cuál es la naturaleza y el tamaño de esta imagen? *(Sept. 2001)*
10. Una lente delgada convergente proporciona de un objeto situado delante de ella una imagen real, invertida y de doble tamaño que el objeto. Sabiendo que dicha imagen se forma a 30 cm de la lente, calcular: (a) La distancia focal de la lente. (b) La posición y naturaleza de la imagen que dicha lente formará de un objeto situado 5 cm delante de ella, efectuando su construcción geométrica. *(Sept. 2002)*
11. Una lente convergente de 10 cm de distancia focal se utiliza para formar la imagen de un objeto luminoso lineal colocado perpendicularmente a su eje óptico y de tamaño $y = 1$ cm. (a) ¿Dónde hay que colocar el objeto para que su imagen se forme 14 cm por detrás de la lente? ¿Cuál es la naturaleza y el tamaño de esta imagen? (b) ¿Dónde hay que colocar el objeto para que su imagen se forme 8 cm por delante de la lente? ¿Cuál es la naturaleza y el tamaño de esta imagen? Efectuar la construcción geométrica en ambos casos. *(Junio 2003)*
12. Un objeto de 1 cm de altura se sitúa a 15 cm delante de una lente convergente de 10 cm de distancia focal. (a) Determinar la posición, tamaño y naturaleza de la imagen formada. (b) ¿A qué distancia de la lente anterior habría que colocar una segunda lente convergente de 20 cm de distancia focal para que la imagen final se formara en el infinito? Efectuar su construcción geométrica. *(Junio 2003)*
13. Por medio de un espejo cóncavo se quiere proyectar la imagen de un objeto de tamaño 1 cm sobre una pantalla plana, de modo que la imagen sea invertida y de tamaño 3 cm. Sabiendo que la pantalla ha de estar colocada a 2 m del objeto, calcular: (a) Las distancias del objeto y de la imagen al espejo. (b) El radio del espejo y la distancia focal. (c) Efectuar su construcción geométrica. *(Sept. 2003)*
14. Un espejo esférico convexo proporciona una imagen virtual de un objeto que se aproxima a él con velocidad constante. El tamaño de dicha imagen es igual a $\frac{1}{10}$ del tamaño del objeto cuando éste se encuentra a 8 m del espejo. (a) ¿A qué distancia del espejo se forma la correspondiente imagen virtual? (b) ¿Cuál es el radio de curvatura del espejo? (c) Un segundo después, el tamaño de la imagen formada por el espejo es $\frac{1}{5}$ del tamaño del objeto. ¿A qué distancia del espejo se encuentra ahora el objeto? (d) ¿Cuál es la velocidad del objeto? *(Junio 2004)*

15. Un objeto se sitúa delante de un espejo esférico de 90 cm de radio. Determinar la distancia a la que hay que colocar el objeto y efectuar la construcción geométrica de la imagen:
- (a) En el caso de que el espejo sea cóncavo y la imagen formada sea invertida y tres veces mayor que el objeto. ¿Qué tipo de imagen es?
 - (b) En el caso de que el espejo sea convexo y la imagen formada sea derecha y de tamaño la mitad del tamaño del objeto. ¿Qué tipo de imagen es? *(Sept. 2005)*
16. Un sistema óptico está formado por dos lentes delgadas convergentes, de distancias focales 10 cm la primera y 20 cm la segunda, separadas por una distancia de 60 cm. Un objeto luminoso de 2 mm de altura está situado 15 cm delante de la primera lente. (a) Calcular la posición y el tamaño de la imagen final del sistema. (b) Efectuar la construcción geométrica de la imagen mediante el trazado de rayos correspondiente. *(Sept. 2005)*
17. Delante de un espejo cóncavo de 1 m de radio y a una distancia de 0,75 m se coloca un objeto luminoso de tamaño 10 cm. (a) Determinar la posición, la naturaleza y el tamaño de la imagen formada por el espejo. (b) Si desde la posición anterior el objeto se acerca 0,5 m hacia el espejo, calcular la posición, la naturaleza y el tamaño de la imagen formada por el espejo en este caso. Efectuar la construcción geométrica en ambos casos. *(Junio 2006)*
18. Una lente convergente forma, de un objeto real, una imagen también real, invertida y aumentada 4 veces. Al desplazar el objeto 3 cm hacia la lente, la imagen que se obtiene es virtual, derecha y con el mismo aumento en valor absoluto. Determinar: (a) Las distancias del objeto a la lente en los dos casos citados. (b) Las respectivas distancias imagen. (c) La distancia focal imagen y la potencia de la lente. (d) Las construcciones geométricas correspondientes. *(Junio 2007)*
19. Un espejo esférico cóncavo tiene un radio de 10 cm. (a) Determinar la posición y el tamaño de la imagen de un objeto de 5 cm de altura que se encuentra frente al mismo, a la distancia de 15 cm. ¿Cómo es la imagen obtenida? Efectuar la construcción geométrica de dicha imagen. (b) Un segundo objeto de 1 cm de altura se sitúa delante del espejo, de manera que su imagen es del mismo tipo y tiene el mismo tamaño que la imagen del objeto anterior. Determinar la posición que tiene el segundo objeto respecto al espejo. *(Sept. 2007)*
20. Un sistema óptico está formado por dos lentes: la primera es convergente y con distancia focal de 10 cm; la segunda, situada a 50 cm de distancia de la primera, es divergente y con 15 cm de distancia focal. Un objeto de tamaño 5 cm se coloca a una distancia de 20 cm delante de la lente convergente. (a) Calcular la posición de la imagen producida por la primera lente. (b) Calcular la posición de la imagen producida por el sistema óptico. (c) ¿Cuál es el tamaño y la naturaleza de la imagen final formada por el sistema óptico? (d) Obtener gráficamente mediante el trazado de rayos la imagen que produce el sistema óptico. *(Junio 2008)*
21. Un objeto de tamaño 15 cm se encuentra situado a 20 cm de un espejo cóncavo de distancia focal 30 cm. (a) Calcular la posición y el tamaño de la imagen formada. (b) Efectuar la construcción gráfica correspondiente e indicar cuál es la naturaleza de esta imagen. Si el espejo considerado fuese convexo en lugar de cóncavo y del mismo radio: (c) ¿Cuál sería la posición y el tamaño de la imagen formada? (d) Efectuar la resolución gráfica, en este último caso, indicando la naturaleza de la imagen formada. *(Junio 2010)*

22. Un espejo cóncavo produce una imagen real de un objeto situado a 15 cm del mismo, siendo la imagen dos veces mayor que el objeto. **(a)** ¿A qué distancia del espejo se formará la imagen si la distancia del objeto al espejo se reduce a la mitad? **(b)** Obtenga la imagen mediante trazado de rayos en ambas situaciones. *(Junio 2010)*
23. Un sistema óptico está formado por dos lentes convergentes, la primera de potencia 5 dioptrías y la segunda de 4 dioptrías, ambas están separadas 85 cm y tienen el mismo eje óptico. Se sitúa un objeto de tamaño 2 cm delante de la primera lente perpendicular al eje óptico, de manera que la imagen formada por ella es real, invertida y de doble tamaño que el objeto. **(a)** Determinar las distancias focales de cada una de las lentes. **(b)** Determinar la distancia del objeto a la primera de las lentes. **(c)** ¿Dónde se formará la imagen final? **(d)** Efectuar un esquema gráfico, indicando el trazado de los rayos. *(Sept. 2010)*

Tema 14. El sonido

CUESTIONES

1. **(a)** ¿Qué cualidades distinguen entre sí los diferentes sonidos?. **(b)** ¿Cómo dependen dichas cualidades de las magnitudes que caracterizan la onda sonora?. *(Sept. 1996)*
2. **(a)** Si el oído humano puede percibir sonidos de frecuencias comprendidas en el intervalo de 20 a 20000 Hz aproximadamente, ¿cuáles son las longitudes de onda en el aire que corresponden a estas frecuencias?. **(b)** Si el oído humano es capaz de distinguir aproximadamente dos sonidos que se emiten con un intervalo de 0,1 s, ¿cuál es la distancia mínima a la que debe estar de una pared una persona, para que perciba el eco?.
DATO: Velocidad del sonido en el aire = 340 m/s *(Junio 1997)*
3. Si la velocidad del sonido en el aire es 340 m/s, ¿cuáles son los valores de la frecuencia fundamental y de los otros armónicos en el caso de las ondas estacionarias en un tubo de 1 m de longitud cerrado por ambos extremos?. ¿Cuáles son los valores de las longitudes de onda correspondientes a dichas frecuencias?. *(Sept. 1997)*
4. Establecer las analogías y diferencias existentes entre el sonido, la luz y las ondas de radio. *(Junio 1998)*
5. Dos sonidos tienen niveles de intensidad sonora de 50 dB y 70 dB, respectivamente. Calcular cuál será la relación entre sus intensidades. *(Junio 1999)*
6. Una bolita de 0,1 g de masa cae desde una altura de 1 m, con velocidad inicial nula. Al llegar al suelo el 0,05 por ciento de su energía cinética se convierte en un sonido de duración 0,1 s. **(a)** Hallar la potencia sonora generada. **(b)** Admitiendo que la onda sonora generada puede aproximarse a una onda esférica, estimar la distancia máxima a la que puede oírse la caída de la bolita si el ruido de fondo sólo permite oír intensidades mayores que 10^{-8} W/m^2 . *(Sept. 2002)*
7. El nivel de intensidad sonora de la sirena de un barco es de 60 dB a 10 m de distancia. Suponiendo que la sirena es un foco emisor puntual, calcular: **(a)** El nivel de intensidad sonora a 1 km de distancia. **(b)** La distancia a la que la sirena deja de ser audible.
DATO: $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ *(Junio 2005)*
8. Razonar si son verdaderas o falsas las afirmaciones siguientes:
(a) La intensidad de la onda sonora emitida por una fuente puntual es directamente proporcional a la distancia a la fuente.
(b) Un incremento de 30 decibelios corresponde a un aumento de la intensidad del sonido en un factor 1000. *(Junio 2006)*
9. Una onda sonora que se propaga en el aire tiene una frecuencia de 260 Hz. **(a)** Describir la naturaleza de la onda sonora e indicar cuál es la dirección en la que tiene lugar la perturbación, respecto a la dirección de propagación. **(b)** Calcular el periodo de esta onda y su longitud de onda.
DATO: velocidad del sonido en el aire $v = 340 \text{ m/s}$. *(Junio 2006)*

10. La potencia de la bocina de un automóvil, que se supone foco emisor puntual, es de 0,1 W. (a) Determinar la intensidad de la onda sonora y el nivel de intensidad sonora a una distancia de 8 m del automóvil. (b) ¿A qué distancia desde el automóvil el nivel de intensidad sonora es menor de 60 dB?
DATO: $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ (Junio 2009)
11. Una fuente puntual emite un sonido que se percibe con nivel de intensidad sonora de 50 dB a una distancia de 10 m. (a) Determinar la potencia sonora de la fuente. (b) ¿A qué distancia dejaría de ser audible el sonido?
DATO: $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ (Junio 2009)
12. El sonido producido por la sirena de un barco alcanza un nivel de intensidad sonora de 80 dB a 10 m de distancia. Considerando la sirena como un foco sonoro puntual, determinar: (a) La intensidad de la onda sonora a esa distancia y la potencia de la sirena. (b) El nivel de intensidad sonora a 500 m de distancia.
DATO: $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ (Junio 2010)
13. Un búho que se encuentra en un árbol a una altura de 20 m emite un sonido cuya potencia sonora es de $3 \times 10^{-8} \text{ W}$. Si un ratón se acerca a las proximidades del árbol: (a) Determinar a qué distancia del pie del árbol el ratón comenzará a oír al búho. (b) Hallar el nivel de intensidad sonora percibido por el ratón cuando esté junto al árbol.
NOTA: Suponer que la intensidad umbral de audición del ratón es $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$
(Junio 2010)
14. Una persona situada entre dos montañas dispara una escopeta y oye el eco procedente de cada montaña al cabo de 2 s y 3,5 s. (a) ¿Cuál es la distancia entre las dos montañas? (b) Si la potencia sonora inicial producida en el disparo es de 75 W, y suponiendo que el sonido se transmite como una onda esférica sin fenómenos de atenuación o interferencia, calcular el nivel de intensidad sonora con el que la persona escuchará el eco del disparo procedente de la montaña más próxima.
DATOS: Velocidad del sonido en el aire: 343 m/s; $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ (Sept. 2011)
15. La potencia sonora del ladrido de un perro es aproximadamente 1 mW y dicha potencia se distribuye uniformemente en todas las direcciones. Calcular: (a) La intensidad y el nivel de intensidad sonora a una distancia de 10 m del lugar donde se produce el ladrido. (b) El nivel de intensidad sonora generada por el ladrido de 5 perros a 20 m de distancia de los mismos. Suponer que todos los perros emiten sus ladridos en el mismo punto del espacio.
DATO: $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ (Junio 2012)
16. En un punto situado a igual distancia entre dos fábricas, que emiten como focos puntuales, se percibe un nivel de intensidad sonora de 40 dB proveniente de la primera y de 60 dB de la segunda. Determinar: (a) El valor del cociente entre las potencias de emisión de ambas fábricas. (b) La distancia a la que habría que situarse respecto de la primera fábrica para que su nivel de intensidad sonora fuese de 60 dB. Suponer en este caso que solo existe esta primera fábrica y que el nivel de intensidad sonora de 40 dB se percibe a una distancia de 100 m.
DATO: $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$. (Sept. 2015)

Tema 14. El sonido

PROBLEMAS

1. El sonido emitido por un altavoz tiene un nivel de intensidad de 60 dB a una distancia de 2 m de él. Si el altavoz se considera como una fuente puntual, determinar: **(a)** La potencia del sonido emitido por el altavoz. **(b)** ¿A qué distancia el nivel de intensidad sonora es de 30 dB y a qué distancia es imperceptible el sonido?
DATO: $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ *(Junio 2001)*
2. Se realizan dos mediciones del nivel de intensidad sonora en las proximidades de un foco sonoro puntual, siendo la primera de 100 dB a una distancia x del foco, y la segunda de 80 dB al alejarse en la misma dirección 100 m más. **(a)** Obtener las distancias al foco desde donde se efectúan las mediciones. **(b)** Determinar la potencia sonora del foco.
DATO: $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ *(Junio 2008)*
3. Un altavoz emite sonido como un foco puntual. A una distancia d , el sonido se percibe con un nivel de intensidad sonora de 30 dB. Determinar: **(a)** El factor en el que debe incrementarse la distancia al altavoz para que el sonido se perciba con un nivel de intensidad sonora de 20 dB. **(b)** El factor en el que debe incrementarse la potencia del altavoz para que a la distancia d el sonido se perciba con un nivel de intensidad sonora de 70 dB.
DATO: $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ *(Sept. 2013)*
4. Un espectador que se encuentra a 20 m de un coro formado por 15 personas percibe el sonido con un nivel de intensidad sonora de 54 dB. **(a)** Calcular el nivel de intensidad sonora con que percibiría a un solo miembro del coro cantando a la misma distancia. **(b)** Si el espectador sólo percibe sonidos por encima de 10 dB, calcular la distancia a la que debe situarse del coro para no percibir a éste.
Suponer que el coro emite ondas esféricas, como un foco puntual y todos los miembros del coro emiten con la misma intensidad.
DATO: $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ *(Junio 2014)*